

## ΑΛΓΕΒΡΑ

## Θέμα 1

A. Να αποδείξετε ότι  $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$ , όπου  $0 < a \neq 1$ ,  $\theta_1 > 0$  και  $\theta_2 > 0$ .

( Μονάδες 10 )

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-r$  αν και μόνο αν  $P(r) \neq 0$

( Μονάδες 3 )

ii.  $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \sin\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$

( Μονάδες 3 )

iii. Μία ακολουθία  $(a_n)$  είναι γεωμετρική πρόοδος με λόγο  $\lambda \neq 0$ , αν και μόνο αν ισχύει  $a_{n+1} = a_n \cdot \lambda$

( Μονάδες 3 )

iv. Η εκθετική συνάρτηση  $f(x) = a^x$  με  $a > 1$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbf{R}$ .

( Μονάδες 3 )

v. Αν  $\ln \theta$  ο φυσικός λογάριθμος ενός θετικού αριθμού  $\theta$  τότε ισχύει η ισοδυναμία

$$\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$$

( Μονάδες 3 )

## Θέμα 2

A. Να λύσετε τις εξισώσεις

i.  $\sin 2x - \eta\mu x - 1 = 0$

( Μονάδες 8 )

ii.  $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

( Μονάδες 8 )

B. Να αποδείξετε ότι  $\frac{\eta\mu 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \varepsilon\varphi \frac{\alpha}{2}$

( Μονάδες 9 )

## Θέμα 3

A. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\kappa \in \mathbf{R}$  το 2 είναι ρίζα του πολυωνύμου

$$P(x) = x^3 - \kappa x^2 + 5x + \kappa$$

( Μονάδες 7 )

B. Δίνεται το πολυώνυμο  $Q(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 16x - 12$

a) Να δείξετε ότι αν το πολυώνυμο  $Q(x)$  έχει παράγοντες τους  $x+1$  και  $x-2$  τότε είναι  $\alpha = 4$  και  $\beta = -1$

( Μονάδες 9 )

β) Να λύσετε την εξίσωση  $Q(x) = 0$  όταν  $\alpha = 4$  και  $\beta = -1$

( Μονάδες 9 )

#### Θέμα 4

Σε μία αμφιθεατρική αίθουσα θεάτρου με 20 σειρές καθισμάτων, το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς σχηματίζει αριθμητική πρόοδο. Η 1<sup>η</sup> σειρά έχει 16 καθίσματα και η 7<sup>η</sup> έχει 28 καθίσματα.

α) Πόσα καθίσματα έχει η 10<sup>η</sup> σειρά;

( Μονάδες 12 )

β) Πόσα καθίσματα υπάρχουν από την 4<sup>η</sup> σειρά έως και την 10<sup>η</sup> σειρά;

( Μονάδες 13 )