

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

α) Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

1) $\eta\mu 2\omega = 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega$ 2) $\sigma\upsilon\nu(2\omega) = \sigma\upsilon\nu^2\omega - \eta\mu^2\omega = 2\sigma\upsilon\nu^2\omega - 1 = 1 - 2\eta\mu^2\omega$ (Μονάδες 10)

β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας τις λέξεις

Σωστό ή Λάθος

1) $\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$

2) $\ln\theta_1\theta_2 = \ln\theta_1 + \ln\theta_2$

3) $\ln e^x = x$

4) η εξίσωση $3x^3 - 5x + 6$ έχει ρίζα το 4

5) η εξίσωση $6x^6 - 3x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ δεν έχει ρίζα το -3

(Μονάδες 15)

Θέμα 2

Ο τρίτος όρος μιας αριθμητικής προόδου (a_n) είναι ίσος με $a_3 = \ln 125$ και η διαφορά της είναι ίση με $\omega = \ln 5$

α) να δείξετε ότι $a_1 = \omega$

(Μονάδες 10)

β) να υπολογίσετε το άθροισμα $A = a_{21} + a_{22} + \dots + a_{29}$

(Μονάδες 15)

Θέμα 3

Αν $P(x) = x^6 - 5x^4 - 10x^2 + \kappa$.α) Να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το $x-1$ είναι παράγοντας του $P(x)$

(Μονάδες 10)

β) Για τις τιμές του κ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

(Μονάδες 15)

Θέμα 4

Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων

α) $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$ $g(x) = \ln 3 + \ln(e^x - 1)$

(Μονάδες 5)

β) να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$

(Μονάδες 10)

γ) να βρείτε το πεδίο ορισμού της $H(x) = \sqrt{-2\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^x - 1}$

(Μονάδες 10)