

1. Α. Γνωρίζετε ότι $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$.
 α. Να θέσετε όπου β το $-\beta$ και να βρείτε την αντίστοιχη ισότητα για το $\sin(\alpha+\beta)$. (5)
 β. Στην ισότητα που βρήκατε, να θέσετε όπου β το α και να συμπεράνετε έτσι ανάλογο τύπο για το $\sin 2\alpha$. (5)
 γ. Να εκφράσετε πρώτα το $\sin 2\alpha$ συναρτήσει του $\eta\mu\alpha$ και ύστερα συναρτήσει του $\sigma\upsilon\alpha$. (5)
 Β. Αν $\eta\mu\alpha = 3/5$ να υπολογίσετε τα : ι. $\sin 2\alpha$, ιι. $\sin 4\alpha$ (5+5)

2. Α. Έστω το πολυώνυμο $\Pi(x)$.
 ι. Τι σημαίνει ότι ο αριθμός ρ είναι ρίζα του $\Pi(x)$; (2)
 Να αποδείξετε ότι :
 ι. αν το $\Pi(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$ τότε ρ ρίζα του $\Pi(x)$. (5)
 ιι. αν ο ρ ρίζα του $\Pi(x)$ τότε $x-\rho$ παράγοντας του $\Pi(x)$. (5)
 Β. Έστω $\Pi(x) = x^3 - \lambda x$ και $\sigma(x) = x - \lambda$.
 ι. Για ποιες τιμές του λ το $\sigma(x)$ είναι παράγοντας του $\Pi(x)$; (5)
 ιι. Για τη μεγαλύτερη από τις τιμές του λ που βρήκατε, να λύσετε την εξίσωση $\Pi(x) - \sigma(x) = 0$ (8)

3. Α. Έστω n ένας φυσικός αριθμός.
 Να υπολογίσετε, συναρτήσει του n , τα αθροίσματα :
 $2+3+4+\dots+n-2$ ($n \geq 5$), $2+4+6+\dots+2n$ ($n \geq 2$), $4+8+\dots+2^{n-1}$ ($n \geq 4$) [3+5+8]
 Β. Ο δέκατος όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι -10 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 100 . Να βρεθεί το άθροισμα των εκατό πρώτων όρων της. (9)

4. Α. Να χαρακτηρίσετε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) για $x > 0$ τις :
 $\text{Log}(10x) = 1 + \text{Log}x$, $\text{Ln} \frac{1}{e} = -\text{Ln}e$, $\text{Ln} e^2 > 1$, $\text{Log}x = \frac{\text{Ln}x}{\text{Ln}10}$, (2 . 4 = 8)
 Β. Έστω $0 < \alpha < 1$.
 ι. Για κάθε $x > \frac{1}{4}$ να συγκρίνετε τους : $\text{Log}_\alpha x^2$, $\text{Log}_\alpha (x - \frac{1}{4})$ (8)
 ιι. Αν $\chi, \psi \in (1/4, 1)$ να βρείτε την ελάχιστη τιμή της παράστασης
 $K = \text{Log}_x (\psi - 1/4) + \text{Log}_\psi (x - 1/4)$ (9)

Ο Δ/ντής

Ο Εισηγητής