

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ**

Μάθημα: Ά λ γ ε β ρ α

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> :Α.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις ή τους τύπους που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση ή τύπο.

α.  $\eta\mu 2\alpha = 2 \eta\mu \alpha \sigma\upsilon\alpha$                       β.  $\eta\mu^2 \alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\upsilon 2\alpha}{2}$                       γ.  $\sigma\upsilon\upsilon 2\alpha = \sigma\upsilon\upsilon^2 \alpha - \eta\mu^2 \alpha$

δ. για οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς  $\chi, \psi$  ισχύει  $\log \frac{\chi}{\psi} = \log \chi - \log \psi$

ε. για οποιουσδήποτε αριθμούς  $\chi, \theta$  με  $\theta > 0$ , ισχύει  $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = \chi$

( Μονάδες 10)

**Β.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(\chi)$  έχει παράγοντα το  $\chi - \rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(\chi)$ , δηλαδή αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$ .

( Μονάδες 9)

**Γ.** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες ή προτάσεις.

1.  $\eta\mu(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$                       2. Σε γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο  $a_1$  και λόγο  $\lambda \neq 1$ , το άθροισμα  $S_n = \dots\dots\dots$                       3. Η συνάρτηση  $f(\chi) = e^x$  είναι γνησίως  $\dots\dots\dots$

( Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> :** Δίνεται η παράσταση  $\Pi = \log \frac{\chi^2}{10} - 2 \log(10\chi)$  καθώς και πολυώνυμο  $P(\chi)$

**α)** Να βρείτε τις τιμές του  $\chi$  για τις οποίες ορίζεται η παράσταση  $\Pi$  και να αποδείξετε ότι  $\Pi = -3$

( Μονάδες 8)

**β)** Αν η διαίρεση  $(2P(\chi) + \chi\alpha) : (\chi - 1)$  αφήνει υπόλοιπο ίσο με 1999 και είναι  $P(1) = \Pi$ , τότε να αποδείξετε ότι  $\alpha = 2005$

( Μονάδες 8)

**γ)** Αν  $a_1 = P(1)$  είναι ο πρώτος όρος αριθμητικής πρόοδου,  $\omega = 2$  η διαφορά, τότε να βρείτε την τάξη του όρου  $a_n = 2005$

( Μονάδες 9)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> :** Δίνεται το πολυώνυμο  $P(\chi) = (2\beta - 2)\chi^3 + (\beta - 1)\chi + \beta + 3$

**α)** Να αποδείξετε ότι το  $P(\chi)$  είναι μηδενικού βαθμού μόνο όταν  $\beta = 1$  και ότι τότε  $P(\chi) = 4$

( Μονάδες 12)

**β)** Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο ο λόγος  $\lambda$  ισούται με την παραπάνω τιμή του  $\beta$  και ο πρώτος όρος της με την αντίστοιχη τιμή του πολυωνύμου, τότε να βρείτε το άθροισμα των 502 πρώτων όρων της.

( Μονάδες 13)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> :** Δίνεται η εξίσωση  $2^{2x} - 2^x - 56 = 0$  (1) καθώς και το πολυώνυμο  $P(\chi) = \chi^{2\nu} - \chi^\nu - 36 + \mu$

**α)** Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση (1)

( Μονάδες 9)

**β)** Αν η διαίρεση  $P(\chi) : (\chi - 1)$  δίνει υπόλοιπο  $\upsilon = -56$ , ενώ η διαίρεση  $P(\chi) : (\chi - 2)$  είναι τέλεια, να αποδείξετε ότι  $\mu = -20$  και  $\nu = 3$

( Μονάδες 8)

**γ)** Αν είναι  $16 \eta\mu 2\chi = -\frac{3\nu + 8}{\mu}$ , τότε να βρείτε την τιμή της παράστασης  $\eta\mu \chi \sigma\upsilon\upsilon \chi$

( Μονάδες 8)

**Σημείωση:** Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**