

ΘΕΜΑ 1^ο :Α. Όταν για τις γωνίες α, β ισχύουν $\sin \alpha \cdot \sin \beta \neq 0$ και $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$ να αποδείξετε ότι

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \quad (9 \text{ μονάδες})$$

Β Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν συμπληρώνοντας τον πίνακα με το γράμμα Σ (σωστό) ή Λ (λάθος)

1	2	3	4

1. Για οποιουσδήποτε αριθμούς $\theta_1 > 0, \theta_2 > 0$ $\log(\theta_1 + \theta_2) = \log \theta_1 \cdot \log \theta_2$
2. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x), P(x) : (x + \rho)$ είναι ο αριθμός $P(\rho)$
3. Η περιοδική συνάρτηση $f(x) = \rho \sin(\omega x)$ $\omega > 0, \rho > 0$ έχει περίοδο $2 \cdot \frac{\pi}{\omega}$
4. Οι λύσεις της εξίσωσης $\tan x = \tan \theta$ είναι $x = k\pi \pm \theta, k \in \mathbf{Z}$ (4x2 μονάδες)

Γ. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας στις παρακάτω ισότητες τα κενά που σημειώνονται με...

1. $\tan 2\alpha = \dots$
2. $\sin \alpha \cdot \sin \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = \dots$
3. $\log_a a = \dots$ $\log_a 1 = \dots$ όπου $1 \neq a > 0$
4. $a^x \cdot \beta^x = \dots$ όπου $a > 0$ και $\beta > 0$ (4x2 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο Α. Να λυθεί η εξίσωση $2 \sin x = \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$ (12 μονάδες)

Β. Να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \beta} = 4 \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}$ για όλες τις τιμές του α που ορίζεται η ισότητα (13 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο : Δίνεται το πολώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 - x + 4$ όπου $a \in \mathbf{R}$

1. Αν η διαίρεση $P(x) : (x + 1)$ δίνει υπόλοιπο 2 να βρείτε την τιμή του a (12 μονάδες)
2. Για την τιμή του a που βρήκατε να λύσετε την εξίσωση $P(x) - 2 = x - 2$ (13 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο : Α. Να λυθεί η εξίσωση : $\sqrt{2^x} = 4^{x^2}$ (10 μονάδες)

Β. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \log(x + 1)$

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της. (5 μονάδες)
2. Εάν η γραφ. παράσταση της $g(x) = f(x) + \lambda$ με $\lambda \in \mathbf{R}$, διέρχεται από το σημείο $A(99, 1)$ να βρεθεί ο λ (10 μονάδες)