

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

A. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης u του πολυωνύμου $P(x)$ με $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$ δηλαδή $u = P(\rho)$ (Μονάδες 9)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) το άθροισμα των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (a_n) είναι $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

β) αν a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι οποιασδήποτε αριθμητικής προόδου τότε ισχύει $\beta^2 = a\gamma$

γ) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

δ) $\eta\mu^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

ε) αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιοσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει $\log_a (\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$ (Μονάδες 10)

Γ. τότε μια ακολουθία λέγεται :

α) αριθμητική πρόοδος ;

β) γεωμετρική πρόοδος ;

(μονάδες 6)

Θέμα 2

α) να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ (μονάδες 13)

β) να αποδείξετε ότι : $\frac{1 - \cos 2\alpha}{2\eta\mu \alpha + \eta\mu 2\alpha} = \varepsilon\varphi \frac{\alpha}{2}$ για όλες τις τιμές του

α που ορίζεται η ισότητα

(μονάδες 12)

Θέμα 3

Να λύσετε την ανίσωση : $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15 > 0$

(μονάδες 25)

Θέμα 4

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 5^x$. Να λύσετε την εξίσωση :

$$f(x) + f(x+1) + f(x+2) + \dots + f(x+49) = \frac{125(5^{50} - 1)}{4} \quad (\text{μονάδες } 13)$$

B. Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ορίζεται σε όλο το \mathbb{R}

$$\text{η συνάρτηση } g(x) = \left(\frac{2-a}{2a-1} \right)^x \quad (\text{μονάδες } 12)$$