

Θέμα 1

A. Να υπολογίσετε την πλευρά και το απόστημα κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R (Μονάδες 15)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν $a^2 = b^2 + \gamma^2$ τότε το τρίγωνο ABΓ είναι πάντα ισοσκελές

2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και ΑΔ ύψος ισχύει $AD^2 = BD \cdot \Delta\Gamma$

3. Σε κύκλο (O,R) με P εξωτερικό σημείο και ΡΑΒ τέμνουσα ισχύει $PA \cdot PB = PO^2 - R^2$

4. Το εμβαδό τραπεζίου ABΓΔ με $AB // \Gamma\Delta$ και υ απόσταση των παραλλήλων πλευρών είναι $E = \frac{1}{2}(AB + \Gamma\Delta)u$

5. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα είναι $E = \frac{\pi R^2 \mu^\circ}{180^\circ}$ (Μονάδες 10)

Θέμα 2

Στη βάση ΒΓ τριγώνου ABΓ παίρνουμε σημεία Δ,Ε ώστε $BD = \Delta E = E\Gamma$. Αν Μ μέσο της ΒΓ να αποδειχθεί ότι :

α) $(AB\Delta) = (A\Delta E) = (A E \Gamma) = \frac{1}{3}(AB\Gamma)$ (Μονάδες 12)

β) $(A\Delta M) = (A M E) = \frac{1}{6}(AB\Gamma)$ (Μονάδες 13)

Θέμα 3

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABΓΔ και Μ σημείο εξωτερικό του

Να αποδείξετε ότι $MA^2 + M\Gamma^2 = MB^2 + M\Delta^2$

(Μονάδες 25)

Θέμα 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ πλευράς α και ο εγγεγραμμένος κύκλος του .

Να αποδείξετε ότι :

α) Η ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου είναι $\rho = \frac{\alpha\sqrt{3}}{6}$ (Μονάδες 10)

β) Το εμβαδό του εγγεγραμμένου κύκλου είναι $E = \frac{\pi\alpha^2}{12}$ (Μονάδες 5)

γ) Το άθροισμα των εμβαδών των τριών μικτόγραμμων τριγώνων που σχηματίζονται

είναι $E = \frac{\alpha^2}{12}(3\sqrt{3} - \pi)$ (Μονάδες 10)