

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

## Θέμα 1

A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός τριγώνου δίνεται από τον τύπο  $E = \tau \cdot \rho$ , όπου  $\tau$  η ημιπερίμετρος του τριγώνου και  $\rho$  η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

( Μονάδες 10 )

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Αν το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο στο  $A$ , τότε ισχύει  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$

( Μονάδες 3 )

ii. Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει  $AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$ , τότε  $\hat{A} = 1L$

( Μονάδες 3 )

iii. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.

( Μονάδες 3 )

iv. Αν οι γωνίες  $\hat{A}$  και  $\hat{A}'$  των τριγώνων  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι συμπληρωματικές,

$$\text{τότε } \frac{(AB\Gamma)}{(A'B'\Gamma')} = \frac{(AB) \cdot (A\Gamma)}{(A'B') \cdot (A'\Gamma')}$$

( Μονάδες 3 )

v. Ένα κυρτό πολύγωνο, που έχει όλες του τις πλευρές ίσες είναι κανονικό.

( Μονάδες 3 )

## Θέμα 2

Στην υποτεινούσα  $B\Gamma$  ορθογώνιου τριγώνου  $AB\Gamma$  θεωρούμε τα σημεία  $\Delta$  και  $E$  τέτοια ώστε  $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) A\Delta^2 + AE^2 = \frac{5}{9} B\Gamma^2$$

( Μονάδες 15 )

$$\beta) A\Delta^2 + AE^2 + \Delta E^2 = \frac{2}{3} B\Gamma^2$$

( Μονάδες 10 )

## Θέμα 3

Τρεις ίσοι κύκλοι ακτίνας  $R$  εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο στα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$ . Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου  $AB\Gamma$ , ως συνάρτηση του  $R$ .

## Θέμα 4

Οι πλευρές ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $B\Gamma = 5 \text{ cm}$ ,  $A\Gamma = 7 \text{ cm}$ .

α) Να δείξετε ότι η γωνία  $\hat{B}$  είναι αμβλεία

( Μονάδες 6 )

β) Να δείξετε ότι η προβολή  $B\Delta$  της πλευράς  $AB$  πάνω στην  $B\Gamma$  είναι  $B\Delta = 1,5 \text{ cm}$   
( Μονάδες 10 )

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{B}$ .  
( Μονάδες 9 )