

Θέμα 1

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ισούται με το γινόμενο των προβολών των καθέτων πλευρών στην υποτείνουσα (Μονάδες 11)

Β. Ποιο πολύγωνο λέγεται κανονικό (Μονάδες 6)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Το εμβαδό E κάθε τριγώνου $ΑΒΓ$ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2} a \cdot \gamma \cdot \eta\mu B$

2. Σε κύκλο (O,R) , το μήκος l τόξου μ° δίνεται από τον τύπο $l = \frac{\pi R \mu}{360^\circ}$

3. το πρώτο Θεώρημα των διαμέσων σε κάθε τρίγωνο $ΑΒΓ$ εκφράζεται

από τον τύπο $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_a^2 + \frac{a^2}{2}$

4. Σε κάθε κανονικό n -γωνο ισχύει $\hat{\phi}_v = 360^\circ - \frac{180^\circ}{n}$ όπου $\hat{\phi}_v$ η γωνία του πολυγώνου

(Μονάδες 8)

Θέμα 2

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\beta = 3\text{cm}$ και $\gamma = 4\text{cm}$. Να υπολογισθούν:

α) η υποτείνουσα a (Μονάδες 5)

β) οι προβολές των καθέτων πλευρών στην υποτείνουσα (Μονάδες 10)

γ) το εμβαδόν του εγγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο (Μονάδες 10)

Θέμα 3

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με πλευρές a, β, γ τέτοιες ώστε να ισχύει $\beta^2 + \gamma^2 = 3a^2$

Αν η διάμεσος $ΑΜ$ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $ΑΒΓ$ στο $Ε$

α) να εκφράσετε τη διάμεσο $ΑΜ$ ως συνάρτηση της πλευράς a (Μονάδες 12)

β) να αποδείξετε ότι $ΑΜΑΕ = \frac{3a^2}{2}$ (Μονάδες 13)

Θέμα 4

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με ύψος $ΑΔ = 3$, $\hat{B} = 60^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 45^\circ$. Με κέντρα τις κορυφές

B και Γ και ακτίνες BA , ΓA αντίστοιχα γράφουμε τόξα εντός του τριγώνου που τέμνουν την $B\Gamma$ στα σημεία K και P αντίστοιχα. Να υπολογίσετε :

α) τις πλευρές του τριγώνου $ΑΒΓ$ (Μονάδες 9)

β) το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$ (Μονάδες 7)

γ) τα εμβαδά των τριών χωρίων στα οποία χωρίζουν το τρίγωνο τα δυο τόξα \overline{AK} και \overline{AP} (Μονάδες 9)