

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

A1. Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες (χ, ψ) του διανύσματος με άκρα τα σημεία

$A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$ δίνονται από τις σχέσεις $\chi = \chi_2 - \chi_1$ και $\psi = \psi_2 - \psi_1$
(μονάδες 15)

A2. Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$, $B(3,0)$, $\Gamma(4,-1)$ και $\Delta(-5,7)$. Σε καθένα από τα διανύσματα

της στήλης A να αντιστοιχίσετε τις συντεταγμένες του στη στήλη B

Στήλη A	Στήλη B
1. \overline{AB}	α. $(1,-1)$
2. $\overline{B\Gamma}$	β. $(-1,6)$
3. $\overline{\Delta\Gamma}$	γ. $(-6,5)$
4. $\overline{A\Delta}$	δ. $(2,-2)$
	ε. $(9,-8)$

(μονάδες 10)

Θέμα 2

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 4\chi - 3\psi - 9 = 0$ και $\varepsilon_2: 4\chi - 3\psi - 24 = 0$

α) να δείξετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

(μονάδες 10)

β) να βρείτε ένα σημείο της ε_1 και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απόσταση των

ε_1 και ε_2

(μονάδες 15)

Θέμα 3

A. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και διέρχεται από το σημείο $A(1, \sqrt{3})$

(μονάδες 5)

B. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων

και άξονα συμμετρίας τον $\chi' \chi$ σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. όταν έχει εστία το σημείο $E(-1,0)$

(μονάδες 5)

2. όταν διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$

(μονάδες 5)

Γ. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(-4,0)$ και $E(4,0)$ και μεγάλο άξονα 10 (μονάδες 5)
2. όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(0,-5)$ και $E(0,5)$ και μεγάλο άξονα 26 (μονάδες 5)

Θέμα 4

Αν a, β είναι δυο περιττοί ακέραιοι να αποδείξετε ότι :

α) $\frac{a^2 - \beta^2}{8} \in \mathbf{Z}$

(μονάδες 10)

β) $\frac{a^4 + \beta^4 - 2}{16} \in \mathbf{Z}$

(μονάδες 15)

