

ΣΧΟΛ. ΕΤΟΣ 2004-05

ΤΑΞΗ : Β΄

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

Θ Ε Μ Α Τ Α

- 1.** Α. Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί α, β, γ ώστε α/β και α/γ .
(Μονάδες 10)
Να δείξετε ότι : $\alpha/(\beta+\gamma)$.
- Β. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής.
(Μονάδες 5)
- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).
- α). Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει η ισοδυναμία : $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow -|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$.
- β). Στην έλλειψη $C : \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ η εκκεντρότητα ϵ είναι μεγαλύτερη του 1.
- γ). Οι ασύμπτωτες της υπερβολής : $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχουν εξισώσεις : $y = \frac{\alpha}{\beta}x$
και $y = -\frac{\alpha}{\beta}x$.
- δ). Η εξίσωση : $Ax+By+\Gamma=0$ παριστάνει ευθεία όταν $|A|+|B|=0$.
- ε). Αν για τους ακέραιους α, β ισχύει : α/β και β/α τότε είναι πάντα $\alpha=\beta$.
(Μονάδες 10)
- 2.** Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ώστε : $|\vec{\alpha}|=1, |\vec{\beta}|=2$ και
 $|3\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$.
Να βρεθούν :
- α). Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.
(Μονάδες 13)
- β). Η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.
(Μονάδες 12)
- 3.** Δίνεται η εξίσωση :
- $$(2\lambda^2 + \lambda + 3)x + (\lambda^2 - \lambda + 1)y + (3\lambda + 1) = 0 \quad (1) \quad \lambda \in \mathbf{R} .$$
- α). Δείξτε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbf{R}$ η εξίσωση παριστάνει ευθεία.
(Μονάδες 10)
- β). Δείξτε ότι όλες οι ευθείες της μορφής (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο, το οποίο και να βρεθεί.
(Μονάδες 15)
- 4.** Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 2(x + y) + 1 = 0$.

- α). Να δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του .
(Μονάδες 8)
- β). Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του παραπάνω κύκλου που άγονται από το σημείο $M(1, 3)$.
(Μονάδες 8)
- γ). Να υπολογίσετε τη γωνία των εφαπτομένων αυτών .
(Μονάδες 9)

