ΤΑΞΗ Β'

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις
περιόδου ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 στα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1ο

α) Αν $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x_o,y_o)$ το μέσο του ΑΒ, να δειχθεί ότι :

$$x_o = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y_o = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Μονάδες 10

β) Να χαρακτηρίσετε με την λέξη Σωστό-Λάθος τις παρακάτω προτάσεις δικαιολογώντας τις απαντήσεις:

1. αν $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$
2. αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, $\vec{\beta} // \vec{\gamma}$ τότε $\vec{\alpha} // \vec{\beta} + \vec{\gamma}$
3. Η εξίσωση Αx+Βy+Γ=0, όπου Α, Β, Γ πραγματικοί αριθμοί, παριστάνει ευθεία.
4. Η εφαπτόμενη του κύκλου $x^2+y^2 = 25$ στο σημείο Α(3,4) περνάει από το σημείο Β(7,1).
5. Αν α, β, γ $\in \mathbb{Z}^*$ και α/β, β/γ τότε α/3β+2γ

Μονάδες 15

Θέμα 2ο

Α. Αν Κ, Α, Β, Γ τέσσερα σημεία του επιπέδου τέτοια ώστε να ισχύει

$$7\vec{KA} + 8\vec{KB} = 15\vec{K\Gamma}$$

να αποδείξετε ότι τα Α, Β, Γ δεν ορίζουν τρίγωνο.

Μονάδες 12

Β. Να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (3\lambda - 1, 2\lambda)$ να είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{AB}$, όπου Α(1,-2) και Β(4,-6).

Μονάδες 13

Θέμα 3ο

Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το μέσο του ΑΒ, όπου Α(-3,5) και Β(1,1) και εφάπτεται στην ευθεία ε : 3x-4y+5 = 0

Μονάδες 25

Θέμα 4ο

Αν οι αριθμοί α,β είναι ακέραιοι και περιττοί, να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $\frac{\alpha^2 - \beta^2}{8}$ είναι ακέραιος

Μονάδες 25