

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα 1

A. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$;

(Μονάδες 5)

B. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη ε του κύκλου $C: x^2 + \psi^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, \psi_1)$ έχει εξίσωση $\alpha x_1 + \psi \psi_1 = \rho^2$

(Μονάδες 12)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Αν $\det(\vec{a}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$, τότε ισχύει η ισοδυναμία

$$\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$$

ii. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + B\psi + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$

iii. Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $x^2 = 2\rho\psi$ στο σημείο $M_1(x_1, \psi_1)$ είναι

$$\psi \psi_1 = \rho(x + x_1)$$

iv. Αν α/β και β/α με α, β ακέραιους, τότε ισχύει οπωσδήποτε $\alpha = \beta$

(Μονάδες 8)

Θέμα 2

Δίνονται τα σημεία $A(3,4)$ και $B(5,-2)$. Να βρείτε σημείο M , τέτοιο ώστε $MA = MB$ και

$$(MAB) = 10$$

(Μονάδες 25)

Θέμα 3

Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης $C: x^2 + 3\psi^2 = 3$ οι οποίες είναι :

α) παράλληλες στην ευθεία $\varepsilon_1: x + 3\psi + 1 = 0$

(Μονάδες 13)

β) κάθετες στην ευθεία $\varepsilon_2: x + \psi + 2 = 0$

(Μονάδες 12)

Θέμα 4

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, \lambda)$ και $\vec{\beta} = (3, 4)$. Να βρείτε τον $\lambda \in \mathbf{R}$ ώστε να ισχύει :

α) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$

(Μονάδες 6)

β) $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$

(Μονάδες 6)

γ) $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{4}$

(Μονάδες 13)

