

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004 – 2005

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ** ΤΑΞΗ: **Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005****ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**Α. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι αριθμοί. Να δείξετε ότι ισχύουν οι επόμενες ιδιότητες:i. Αν  $\alpha \mid \beta$ , τότε  $\alpha \mid \lambda\beta$  για κάθε ακέραιο  $\lambda$ .

(Μονάδες 5)

ii. Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\alpha \mid \gamma$ , τότε  $\alpha \mid (\beta+\gamma)$ .

(Μονάδες 5)

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Αν  $\alpha \mid \beta$  και  $\beta \mid \alpha$  ( $\alpha, \beta$  ακέραιοι αριθμοί), τότε ισχύει:α)  $\alpha < \beta$  β)  $\alpha \neq \pm \beta$  γ)  $\alpha > \beta$  δ)  $\alpha = \beta$  είτε  $\alpha = -\beta$  ε) τίποτε από τα προηγούμενα

(Μονάδες 5)

2. Η έλλειψη  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  με  $\gamma^2 = a^2 - \beta^2$  έχει εκκεντρότητα :α)  $\frac{a}{\beta}$  β)  $\frac{\gamma}{\beta}$  γ)  $\frac{a}{\beta}$  δ)  $\frac{\gamma}{a}$  ε) κανένα από τα παραπάνω

(Μονάδες 5)

3. Έστω  $E'$  και  $E$  δύο σταθερά σημεία του επιπέδου. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M$  του επιπέδου για τα οποία ισχύει  $|(ME') - (ME)| = 2a > 0$  και  $2a < E'E$  ονομάζεται:α) παραβολή β) κύκλος γ) υπερβολή δ) έλλειψη ε) μεσοκάθετος του  $E'E$ 

(Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**Έστω τα διανύσματα:  $\vec{\alpha} = (1,3)$ ,  $\vec{\beta} = (-2,1)$  και  $\vec{\gamma} = (0,1)$ Α. Να βρεθούν τα διανύσματα  $\vec{u} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} - 2\vec{\gamma}$  και  $\vec{v} = -\vec{\alpha} + \vec{\beta} + 3\vec{\gamma}$ .

(Μονάδες 6)

Β. Να υπολογισθεί το εσωτερικό γινόμενο των  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

(Μονάδες 6)

Γ. Να υπολογισθούν τα μέτρα των  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

(Μονάδες 6)

Δ. Να βρεθεί η γωνία  $\theta$  των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**Α. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής (C) με κορυφή  $A(4,0)$  και μια ασύμπτωτη την ευθεία(ε):  $3x - 4y = 0$ .

(Μονάδες 8)

Β. Μια έλλειψη  $C_1: \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{\beta_1^2} = 1$  έχει τις ίδιες εστίες με την παραπάνω υπερβολή. Να

βρείτε

την εξίσωση της έλλειψης αν η εκκεντρότητά της είναι  $\frac{1}{2}$ .

(Μονάδες 8)

Γ. Να γράψετε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της υπερβολής (C) που είναι παράλληλες στην

$$\text{ευθεία } \zeta: 3x - 2y + 1 = 0.$$

(Μονάδες 9)

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνονται οι εξισώσεις  $(\lambda - 1)x + 2y + 7 = 0$  (1) και  $(5 - \lambda)x + (\lambda - 1)y + 3 = 0$  (2)

A. Να αποδειχθεί ότι οι εξισώσεις αυτές παριστάνουν ευθείες.

(Μονάδες 8)

B. Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ευθείες αυτές να είναι παράλληλες.

(Μονάδες 8)

Γ. Έστω (ε), (ζ) οι ευθείες που προκύπτουν από τις εξισώσεις (1) και (2) αντίστοιχα για  $\lambda = -3$ .

Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (η) η οποία είναι παράλληλη προς την (ε) και η απόσταση των (η) και (ε) είναι διπλάσια από την απόσταση των (η) και (ζ).

(Μονάδες 9)

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Η ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ