ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2004-2005
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1ο

Α.1. **Έστω α, β ,γ ακέραιοι .να αποδειχθούν οι ιδιότητες:**

1. **Αν α/β και β/γ , τότε α/γ**

Μονάδες 4

2. **Αν α/β και α/γ , τότε α/(β+γ)**

Μονάδες 4

Α.2. **Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$.**

Μονάδες 4

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλα σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α) Όλες οι ευθείες της οικογένειας ευθειών: (x+y+1)+λ (3x-2y-4)=0 περνούν από το σημείο (2,1).

β) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν αντίθετους συντελεστές διεύθυνσης.

γ) Αν Α, Β, Γ τρία σημεία του επιπέδου και Ε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ, τότε: 2 Ε= $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma})$

δ) Ο κύκλος $x^2+y^2=1$ περνά από την εστία της παραβολής $y^2=4x$.

ε) Αν α διαιρεί τον β και α δεν διαιρεί τον γ τότε : ο α δεν διαιρεί το β. γ.

Μονάδες 10

Γ. Αν Α(x_1, y_1) και Β(x_2 , y_2) είναι δύο σημεία του επίπεδου με $x_1 \neq x_2$ ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ΑΒ.

Μονάδες 3

Θέμα 2ο

Να αποδείξετε ότι:

Α. Για κάθε ακέραιο αριθμό α είναι:

$$\frac{\alpha^3+(\alpha+1)^3+(\alpha+2)^3}{3} \in Z$$

Μονάδες 12.5

Β. Αν ο ακέραιος αριθμός α είναι άρτιος, τότε:

$$\frac{2\alpha^2-(\alpha+1)^2+3(\alpha-1)^2+14}{16} \in Z$$

Μονάδες 12.5

Θέμα 3ο

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$=(3.1), $\vec{\beta}$=(2,-6) $\vec{\gamma}$=(1,7)

α) Να αποδειχθεί ότι $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$

Μονάδες 8

β) Να αναλυθεί το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σε δύο συνιστώσες κατά την διεύθυνση των $\vec{\alpha},\vec{\beta}$.

Μονάδες 8

γ) Να βρείτε διάνυσμα $\vec{x}$ τέτοιο ώστε: $\begin{cases}\vec{\alpha}.\vec{x}=2\\ \vec{\beta}.\vec{x}=3\end{cases}$

Μονάδες 9

Θέμα 4ο

Δίνεται η εξίσωση (1) : $x^2 + y^2 - 5 + \lambda\ (x+y-1)=0$

Α. Για κάθε $\lambda \in R$ να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο.

Μονάδες 5

Β. Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας $x+y-1=0$ και του κύκλου $x^2 + y^2 = 5$, και να βρείτε την κοινή χορδή των κύκλων της εξίσωσης (1).

Μονάδες 7

Γ. Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων της εξίσωσης (1) βρίσκονται σε σταθερή ευθεία την οποία να προσδιορίσετε.

Μονάδες 6

Δ. Να βρείτε τον λ ώστε ο κύκλος της εξίσωσης (1) να εφάπτεται της ευθείας (η): $x+y+5=0$.

Μονάδες 7

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

copyright © 2005- 2006

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

copyright © 2005- 2006

copyright © 2005- 2006