

ΣΧΟΛ-ΕΤΟΣ 2004-05

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ  
2005 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ.

ΘΕΜΑ1:

Α. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων α,β.

Β. Να αποδείξετε ότι το εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των γινομένων των ομώνυμων συντεταγμένων τους.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Η εξίσωση  $\chi^2 + \psi^2 + A\chi + B\psi + \Gamma = 0$  με  $A^2 + B^2 + \Gamma > 0$  παριστάνει κύκλο με κέντρο

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right).$$

2. Στην παραβολή  $\psi^2 = 2\rho\chi$ , η εξίσωση της διευθετούσας είναι  $\chi = \frac{\rho}{2}$ .3. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι. Αν  $\alpha/\beta$  και  $\beta/\alpha$  τότε  $\alpha = \beta$  ή  $\alpha = -\beta$ .4. Αν  $\det(\alpha, \beta)$  είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων  $\alpha, \beta$  τότε ισχύει η ισοδυναμία  $\alpha // \beta \Leftrightarrow \det(\alpha, \beta) = 1$ .5. Η ευθεία με εξίσωση  $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\eta = (A, B)$ .

ΘΕΜΑ 2:

Θεωρούμε τον κύκλο C:  $\chi^2 + \psi^2 = 9$  και το σημείο A(3,1).

1. Να αποδείξετε ότι το σημείο A βρίσκεται έξω από τον κύκλο C.
2. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου διέρχονται από το σημείο A.
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο επαφής.
4. Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία του (γ) ερωτήματος.

ΘΕΜΑ3:

Έστω  $\alpha$  ένας άρτιος ακέραιος αριθμός, να αποδείξετε ότι

$$1. (\alpha + 1)^2 - 1 = 4\lambda, \text{ όπου } \lambda \text{ ακέραιος αριθμός.}$$

$$2. \frac{\alpha^2 + (\alpha + 1)^2 + (\alpha + 3)^2 - 2\alpha + 2}{4} = 3\mu, \text{ με } \mu \text{ ακέραιο αριθμό.}$$

## ΘΕΜΑ 4:

Δίνεται η εξίσωση  $\varepsilon: (2\chi+3\psi)\alpha^2+(\chi+\psi-1)\alpha-(\chi+2\psi+1)=0$ .

1. Για ποια  $\alpha \in \mathbb{R}$  εξίσωση παριστάνει ευθεία.
2. Δείξτε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την  $(\varepsilon)$  διέρχονται από το ίδιο σταθερό σημείο το οποίο και να προσδιορίσετε.
3. Για ποια  $\alpha \in \mathbb{R}$  η  $(\varepsilon)$  είναι παράλληλη στον άξονα  $\chi\chi'$

