

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2005**  
**ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ-ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

A. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$ , τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα  $\psi\psi$  και έχουν συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι :  $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$

(Μονάδες 10)

B. Έστω δυο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζουμε έλλειψη με εστίες τα σημεία E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο;

(Μονάδες 5)

Γ. Γράψτε τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα τη λέξη «Σωστό» αν η πρόταση είναι σωστή ή «Λάθος» αν η πρόταση είναι λάθος.

α. Αν  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  η εξίσωση  $Ax + B\psi + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία.

β. Ο κύκλος  $C : x^2 + (\psi - 1)^2 = 9$  έχει το κέντρο του στον άξονα  $x'x$ .

γ. Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma, \kappa, \lambda$  με  $\alpha \neq 0$ . Αν  $\alpha/\beta$  και  $\alpha/\gamma$  τότε  $\alpha/(\kappa\beta + \lambda\gamma)$ .

δ. Η εκκεντρότητα  $\epsilon$  της υπερβολής είναι μεγαλύτερη της μονάδας.

ε. Η ευθεία  $\psi = 5x - 2$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  αμβλεία γωνία.

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Έστω δυο διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  του επιπέδου με  $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ .

Ονομάζουμε  $\theta$  τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{a} + \vec{\beta}$  και  $\vec{a} - \vec{\beta}$ .

A. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 3)

B. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{a} + \vec{\beta}$  και  $\vec{a} - \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 4)

Γ. Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων  $\vec{a} + \vec{\beta}$  και  $\vec{a} - \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 8)

Δ. Να δείξετε ότι  $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{7}}$ .

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται ο κύκλος (c):  $x^2 + \psi^2 - 2x - 4\psi + 1 = 0$ .

A. Να γράψετε τον κύκλο στη μορφή  $(x - x_0)^2 + (\psi - \psi_0)^2 = \rho^2$  και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

(Μονάδες 7)

B. Να δείξετε ότι ο κύκλος εφάπτεται του άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 5)

Γ. Να βρείτε το συμμετρικό του κέντρου του κύκλου ως προς την ευθεία  $\psi = x$ .

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνεται η έλλειψη  $C: 3x^2 + 4\psi^2 = 12$  και η εξίσωση

$$C_1: x^2 + \psi^2 - 2x + 2\psi = a - 1981.$$

A. Για ποιες τιμές του  $a$  η  $C_1$  παριστάνει κύκλο;

(Μονάδες 5)

B. Για ποια τιμή του  $a$  ο κύκλος  $C_1$  περνάει από την εστία  $E'(-\gamma, 0)$  της έλλειψης  $C$ ;

(Μονάδες 10)

Γ. Να βρείτε την τιμή του  $a$  ώστε η εφαπτομένη της έλλειψης  $C$  στο  $M(1, \frac{3}{2})$  να εφάπτεται του κύκλου  $C_1$ .

(Μονάδες 10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ