

ΣΧΟΛ-ΕΤΟΣ 2004-05

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
2005 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ1:

Α. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$ (μονάδες 3)Β. Αν $\vec{a} = (\chi_1, \psi_1)$ και $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ είναι δυο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ να αποδείξετε τον τύπο:

$$\cos\theta = \frac{\chi_1\chi_2 + \psi_1\psi_2}{\sqrt{\chi_1^2 + \psi_1^2} \cdot \sqrt{\chi_2^2 + \psi_2^2}} \quad (\text{μονάδες } 8)$$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σ (σωστό) ή Λ (λάθος).

α) αν $\vec{a} = (3, 5)$ και $\vec{\beta} = \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}\right)$ τότε $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ (μονάδες 5)β) Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία $\varepsilon: \chi + \psi = 0$ με τον άξονα $\chi' \chi$ είναι 45° (μονάδες 4)γ) Αν $\alpha \mid 7$ και $7 \mid \alpha$ τότε $\alpha = 7$ ή $\alpha = -7$ $\alpha \neq 0$ και $\alpha \in \mathbf{Z}$ (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ2:

Δίνονται δυο διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ τέτοια ώστε: $|\vec{a}| = 2, |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$ και $\left(\vec{\beta}, \vec{a}\right) = 45^\circ$ 1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ (μονάδες 5)2. Να βρείτε το μέτρο: $|\vec{\beta} - \vec{a}|$ (μονάδες 10)3. Να υπολογίσετε το συνημίτονο της γωνίας $\left(\vec{\beta} - \vec{a}, \vec{a}\right)$ (μονάδες 10)

ΘΕΜΑ3:

Α. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Η ακτίνα του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 8$ είναι: α) 2 β) $2\sqrt{2}$ γ) $4\sqrt{2}$ δ) 4 ε) 8 (μονάδες 3)2. Το κέντρο του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 - 6\chi + 4\psi + 10 = 0$ είναι: α) (3, -2) β) (2, -3) γ) (2, 3) δ) (-2, 3) ε) (-3, 2) (μονάδες 3)

3. Η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο A(-1, -1) και διέρχεται από το σημείο B(4, -3) είναι:

α) $\chi^2 + \psi^2 = 29$

β) $(\chi - 1)^2 + (\psi - 1)^2 = \sqrt{29}$

γ) $(\chi + 1)^2 + (\psi + 1)^2 = \sqrt{29}$

δ) $(\chi - 1)^2 + (\psi - 1)^2 = 29$

ε) $(\chi + 1)^2 + (\psi + 1)^2 = 29$

(μονάδες 7)

Β. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η ευθεία $\varepsilon: \psi = \lambda\chi$ εφάπτεται του κύκλουC: $\chi^2 + \psi^2 - 4\chi + 1 = 0$ (μονάδες 12)

ΘΕΜΑ4:

Οι συντεταγμένες δυο πλοίων Π_1 , Π_2 είναι : $\Pi_1(t-1,t+2)$ και $\Pi_2(3t,3t-1)$ για κάθε χρονική στιγμή t ($t>0$)

- α) Να βρεθούν οι εξισώσεις των γραμμών πάνω στις οποίες κινούνται τα δυο πλοία (μονάδες 15)
- β) Υπάρχουν τιμές του t για τις οποίες τα δυο πλοία θα συναντηθούν; (μονάδες 5)
- γ) Να βρεθεί η απόσταση των δυο πλοίων τη χρονική στιγμή $t=3$ (μονάδες 5)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

