ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004-2005
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΤΑΞΗ Β
ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ-ΤΕΧ/ΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

<u>ΘΕΜΑ 1ο</u> :Α). Στις παρακάτω προτάσεις να βάλετε σε κύκλο το (Σ) ή το (Λ) αν αυτές είναι σωστές ή λάθος αντίστοιχα

α) Αν για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει: $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{a} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$ Σ Λ

β) Για τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: (ΑΒΓ)= $\frac{1}{2}\left| \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}) \right|$ Σ Λ

γ)Οι ασύμπτωτες της υπερβολής: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ είναι: $\psi = \frac{\alpha}{\beta}\chi$, $\psi = -\frac{\alpha}{\beta}\chi$ Σ Λ

δ) Η εκκεντρότητα ε της έλλειψης είναι μικρότερη της μονάδας Σ Λ

ε) Έστω α,β,γ ακέραιοι και $\alpha \neq 0$. Αν α /β, α /γ τότε α /(β+γ) Σ Λ

(15 μονάδες)

Β).Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$,τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τους άξονες, με αντίστοιχους συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 .Δείξτε ότι: $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 . \lambda_2 = -1$ (10 μονάδες)

……………………..

<u>ΘΕΜΑ 2ο</u>:Α)Έστω $\alpha \in Z$,δείξτε ότι ο αριθμός $\frac{a(a+1)(a+2)}{3}$ είναι ακέραιος. (15 μονάδες)

Β) Έστω $\alpha, \beta \in Z$, και α /($\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$), δείξτε ότι: α / β^2 (10 μονάδες)

……………………

<u>ΘΕΜΑ 3ο</u> :Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 + \psi^2 - 2\lambda\chi - 2(\lambda-1)\psi + (\lambda-1)^2 = 0$ (1)

α) Δείξτε ότι αν $\lambda \neq 0$, η (1) παριστάνει έναν κύκλο C_λ του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα (10 μονάδες)

β)Να βρείτε τους κύκλους C_λ οι οποίοι εφάπτονται στην ευθεία:$3\chi + 4\psi - 8 = 0$ (15 μονάδες)

……………………

<u>ΘΕΜΑ 4º</u> :Δίνεται η έλλειψη C : $\frac{x^2}{4}+\frac{\psi^2}{2}=1$ και η ευθεία (ε):ψ=2χ+1

α) Δείξτε ότι η ευθεία τέμνει την έλλειψη σε 2 σημεία
(8 μονάδες)

β)Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου Μ της χορδής ΑΒ
(8 μονάδες)

γ) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο:$\vec{OA}\cdot\vec{OB}$,Ο το κέντρο της έλλειψης
(9 μονάδες)