

ΤΑΞΗ Β

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν α, β, γ ακέραιοι να αποδείξετε ότι :

- i. Αν α/β και β/α τότε $\alpha=\beta$ ή $\alpha=-\beta$
- ii. Αν α/β και α/γ τότε $\alpha/\beta+\gamma$.

(Μονάδες 9 + 8 = 17)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\det(\vec{a}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$, τότε ισχύει η ισοδυναμία $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 1$.

β. Η εξίσωση της έλλειψης με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ και σταθερό άθροισμα $2a$ είναι $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ όπου $b = \sqrt{a^2 - \gamma^2}$, $a > 0, \gamma > 0$.

γ. Η εκκεντρότητα e της έλλειψης είναι μεγαλύτερη της μονάδας.

δ. Αν A, B, Γ είναι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$, τότε το εμβαδόν του είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma})|.$$

(Μονάδες 4 x 2 = 8)

ΘΕΜΑ 2^ο

Θεωρούμε την εξίσωση $(\lambda-1)x + (\lambda+1)y - \lambda - 3 = 0$, (1) όπου λ πραγματικός αριθμός.

α. Δείξτε ότι για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbf{R}$ η (1) παριστάνει ευθεία ;

β. Να αποδειχθεί ότι οι ευθείες που προκύπτουν από την εξίσωση (1) διέρχονται από σταθερό σημείο για κάθε $\lambda \in \mathbf{R}$.

γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ), από τις παραπάνω ευθείες που είναι παράλληλη στην ευθεία $\eta: y=x+2005$.

(Μονάδες 5 + 10 + 10 = 25)

ΘΕΜΑ 3^ο

Για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{a}|=1, |\vec{\beta}|=1$ και $\left(\vec{a}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$. Έστω τα διανύσματα

$\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{\beta}$, $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε:

α. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$.

β. Τα μέτρα των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} .

γ. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

δ. Το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{v} .

ε. το διάνυσμα $\text{προβ}_{\vec{a}} \vec{\beta}$.

(Μονάδες 2+6+8+4+5 = 25)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η παραβολή $y^2=12x$.

α. Βρείτε την εστία E και την διευθετούσα δ της παραβολής.

β. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στην ευθεία $x-y+1=0$ και έχει κέντρο την εστία E της παραβολής.

γ. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής της οποίας η μια εστία συμπίπτει με την εστία της παραβολής, και έχει εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{3}{2}$.

(Μονάδες 5 + 10 + 10 = 25)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

