

ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1°

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

A. i. Να συμπληρωθούν οι τύποι: $\sin(\alpha+\beta) = \dots\dots\dots$, $\eta\mu(\alpha-\beta) = \dots\dots\dots$, $\epsilon\phi(\alpha+\beta) = \dots\dots\dots$

ii. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$.

(Μονάδες 6+6=12)

B. Πότε μια ακολουθία (a_n) λέγεται γεωμετρική πρόοδος;

(Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η συνάρτηση $f(x) = a^x$, με $1 \neq a > 0$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.

β. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$, $x > 0$ είναι γνησίως αύξουσα.

γ. Αν $\theta > 0$ ισχύει: $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$.

δ. Αν $\theta_1 > 0$, $\theta_2 > 0$ και $1 \neq a > 0$ ισχύει: $\log_a \left(\frac{\theta_1}{\theta_2} \right) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$.

(Μονάδες 4x2=8)

ΘΕΜΑ 2°

A. Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 8$, όπου $a, b \in \mathbb{R}$ έχει παράγοντα το $x+2$ και ρίζα τον αριθμό 1,

i. να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών a και b ,

ii. για $a=5$ και $b=2$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$.

(Μονάδες 12+13=25)

ΘΕΜΑ 3°

A. ο 5^{ος} όρος μιας αριθμητικής προόδου (a_n) είναι 7 και ο 10^{ος} όρος είναι 15,

i. να βρείτε τον πρώτο όρο a_1 και την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου (a_n) ,

ii. να βρείτε τον όρο a_{1006} και το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου (a_n) ,

iii. να λύσετε την εξίσωση: $e^x - 2e^{-x} + a_3 = 0$, όπου a_3 ο 3^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου (a_n) .

(Μονάδες 8+8+9=25)

ΘΕΜΑ 4°

A. Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$, να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 2x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{(1 + \sigma\upsilon\nu 2x) \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu x)} = \epsilon\phi \frac{x}{2}$.

B. Να λύσετε στο $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ την εξίσωση: $\ln(\eta\mu 2x) + \ln(\sigma\upsilon\nu x) = \ln(1 + \sigma\upsilon\nu 2x) + \ln(1 + \sigma\upsilon\nu x) - \frac{1}{2} \ln 3$.

(Μονάδες 12+13=25)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !