

**Θέματα**  
**Γραπτών προαγωγικών εξετάσεων**  
**Περίοδου Μαΐου – Ιουνίου 2007**

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

**στην Άλγεβρα**

**Θέμα 1.** Α. Να αποδείξετε ότι  $\log(\theta_1\theta_2) = \log\theta_1 + \log\theta_2$  όπου  $\theta_1, \theta_2$  θετικοί πραγματικοί αριθμοί.

Β. Να απαντήσετε με σωστό ή λάθος στις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν ΑΒΓ τρ. ισοσκελές (ΑΒ=ΑΓ) τότε  $\sin(B+\Gamma) = 1 - 2\eta\mu^2 B$ .

2. Για κάθε  $\chi$  πραγματικό και διάφορο του μηδενός ισχύει

$$\log\chi^2 = 2 \cdot \log\chi.$$

3. Αν το  $\chi+a$  διαιρεί το πολ/μο  $P(\chi)$ , τότε  $P(a)=0$

$$4. \log\left(\frac{1}{2}\right) < \log\left(\frac{2}{3}\right)$$

5. Ισχύει η ισοδυναμία  $a^\chi = \psi \Leftrightarrow a = \log_\psi \chi$ .

**Θέμα 2.** Α. Να δείξετε ότι:

$$\eta\mu\left(3\chi - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\chi + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(3\chi - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \eta\mu\left(\chi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin 2\chi.$$

Β. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\eta\mu\left(3\chi - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\chi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(3\chi - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \eta\mu\left(\chi + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$$

**Θέμα 3.** Α. Αν το  $P(\chi)$  έχει παράγοντες τους  $\chi-a$  και  $\chi-\beta$ ,  $a \neq \beta$ , να δείξετε ότι έχει παράγοντα και το  $(\chi-a)(\chi-\beta)$ .

Β. Έστω το  $P(\chi) = \chi^4 + \chi^3 - 7\chi^2 + a\chi + \beta$ , με  $a, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

1. Να προσδιορίσετε τους  $a, \beta$  ώστε το  $\chi^2 + 2\chi - 3$  να είναι παράγοντας του

2. Να λύσετε την ανισότητα  $P(\chi) < 0$  όταν  $a = -1$  και  $\beta = 6$ .

**Θέμα 4.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = a + \ln(e^x - 2)$

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$

Β. Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(\ln 3, 1)$

a. Να αποδείξετε ότι  $a = 1$

b. Να βρείτε που η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον  $\chi$ - $\chi$