

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2007
ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

A. Να αποδείξετε ότι: $\text{συν}2\alpha = \text{συν}^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$ Μονάδες 15

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. Μονάδες 10

α. Για ένα σταθερό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

β. Αν $\theta_1 \cdot \theta_2 > 0$ τότε ισχύει: $\log(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log\theta_1 + \log\theta_2$.

γ. Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι Αριθμητικής προόδου τότε: $2\beta = \alpha + \gamma$.

δ. Αν $0 < \alpha < 1$ τότε η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ είναι γνησίως αύξουσα.

ε. Για κάθε γωνία α ισχύει: $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$.

ΘΕΜΑ 2

Έστω το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 - (\kappa + 3)x^2 + (7\kappa + 1)x - 5$ με $\kappa \in \mathbb{R}$.

α. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό $x = 1$ να δείξετε ότι $\kappa = 1$ Μονάδες 8

β. i) Αν $\kappa = 1$ να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x+1)$. Μονάδες 8

ii) Αν $\kappa = 1$ να λυθεί η ανίσωση: $P(x) + 18 > 0$. Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3

α. Να αποδείξετε ότι: $4\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^3\alpha - 4\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \eta\mu^3\alpha = \eta\mu 4\alpha$ Μονάδες 2

β. Να λυθεί η εξίσωση: $4\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^3\alpha - 4\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \eta\mu^3\alpha - 1 = 0$

γ. $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right]$ Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε την συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln(x-1)}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . Μονάδες 8

β. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την ευθεία $y=2$. Μονάδες 8

γ. Δίνεται και η συνάρτηση g με τύπο: $g(x) = (e^{f(x)+1})^{\ln(x-1)}$ με $x > 2$.

i) Δείξτε ότι: $g(x) = x^2 - 1$ Μονάδες 5

ii) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τις λύσεις της εξίσωσης: $g(\ln x) = 0$ Μονάδες 4