

ΘΕΜΑ 1⁰

i) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $A=90^{\circ}$ ΑΔ είναι το υψος προς την υποτείνουσα δείξτε ότι $ΑΔ^2=ΒΔ \cdot ΔΓ$ (μονάδες 18)

ii) Να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος.

1) $ΑΒ^2=ΒΔ \cdot ΒΓ$

2) $ΑΓ^2=ΒΔ \cdot ΔΓ$

3) $ΒΓ^2-ΑΒ^2= ΑΓ^2$

4) $ΑΓ^2= ΑΔ^2-ΔΓ^2$

5) $ΑΔ^2-ΒΔ^2= ΑΒ^2$

6) $\frac{1}{ΑΒ^2} + \frac{1}{ΑΓ^2} = \frac{1}{ΑΔ^2}$

7) $ΑΒ \cdot ΑΓ=ΒΓ \cdot ΑΔ$

(μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2⁰

Το τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς $a=2\text{cm}$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R). Αν Ε είναι το μέσο της ΑΔ και η ΒΕ προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο Ζ να υπολογίσετε:

α) Το $ΒΕ \cdot ΒΔ$

(μονάδες 15)

β) Το $ΕΖ$

(μονάδες 5)

γ) Την δύναμη του σημείου Ε ως προς τον κύκλο (Ο, R).

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3⁰

Αν η διάμεσος ΑΜ τριγώνου ΑΒΓ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο Ε να αποδείξετε

α) $ΑΜ \cdot ΜΕ = \frac{ΒΓ^2}{4}$

(μονάδες 5)

β) $ΑΒ^2+ΑΓ^2=2ΑΜ \cdot ΑΕ$

(μονάδες 12)

γ) $ΑΒ^2+ΑΓ^2+ ΕΒ^2+ΕΓ^2=2 ΑΕ^2$

(μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4⁰

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, στις προεκτάσεις των ΑΒ, ΓΑ και ΒΓ παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα

$ΒΕ = \frac{2}{3} \gamma$, $ΑΔ = \frac{1}{2} \beta$ και $ΓΖ = \frac{1}{3} \alpha$ βρείτε α) $\frac{(ΔΑΕ)}{(ΑΒΓ)} = \dots\dots\dots$

(μονάδες 5)

β) $\frac{(ΔΓΖ)}{(ΑΒΓ)} = \dots\dots\dots$, $\frac{(ΒΕΖ)}{(ΑΒΓ)} = \dots\dots\dots$

(μονάδες 10)

γ) $\frac{(ΔΕΖ)}{(ΑΒΓ)} = \dots\dots\dots$

(μονάδες 10)