

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Δίνεται ο κύκλος:  $x^2+y^2=\rho^2$ ,  $\rho>0$ . Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) σε ένα σημείο του A( $x_1,y_1$ ) έχει εξίσωση:  $x x_1 + y y_1 = \rho^2$  (Μονάδες 10)

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

B. Έστω δύο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τα ονομάζουμε έλλειψη με εστίες τα σημεία E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο; (Μονάδες 5)

Γ. Να απαντήσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι Σωστές ή Λάθος.

α. Αν  $\vec{a}=(x_1,y_1)$  και  $\vec{b}=(x_2,y_2)$  δύο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου Οxy ισχύει:  $\vec{a} \perp \vec{b} \iff x_1 y_1 - x_2 y_2 = 0$  (Μονάδες 2)

β. Η διευθετούσα της παραβολής  $y^2=2px$  είναι η ευθεία  $x=-\frac{p}{2}$  (Μονάδες 2)

γ. Οι ευθείες  $x=5$  και  $y=-2$  είναι κάθετες (Μονάδες 2)

Δ. Να γράψετε τον αριθμό που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση

α. Δίνεται το διάνυσμα  $\vec{a}=(3,-2)$  και τα σημεία A(4,-1), B(-2,7), Γ(0,3) και Δ(1,0). Ποιο από τα διανύσματα είναι ίσο με  $\vec{a}$ :  
 1.  $\vec{AB}$     2.  $\vec{AG}$     3.  $\vec{DB}$     4.  $\vec{BD}$     5.  $\vec{DG}$  (Μονάδες 4)

β. Δίνεται το διάνυσμα  $\vec{a}=(3,-2)$ . Ποιο από τα διανύσματα είναι παράλληλο με  $\vec{a}$ ;  
 1.  $\vec{b}=(8,4)$     2.  $\vec{\gamma}=(-4,-2)$     3.  $\vec{\delta}=(-6,3)$     4.  $\vec{\epsilon}=(-6,4)$  (Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A(1,2) , B(4,2) και Γ(3,-2) .

α. Να βρείτε το μέσο E του ευθύγραμμου τμήματος AG (Μονάδες 4)

β. Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BE (Μονάδες 9)

γ. Να βρείτε τα σημεία M(x,y) της BE που σχηματίζουν το τρίγωνο MBΓ που έχει εμβαδόν ίσο με 6. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{b}$  με  $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$  και  $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$

α. Να βρεθεί ο αριθμός  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  (Μονάδες 5)

β. Αν  $\vec{u}=2\vec{a}+4\vec{b}$  και  $\vec{v}=\vec{a}-\vec{b}$ , τότε:

i) να βρεθούν τα μέτρα  $|\vec{u}|$  και  $|\vec{v}|$  (Μονάδες 10)

ii) να βρεθεί η γωνία  $(\vec{u}, \vec{v})$  (Μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

α. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής  $C$  που έχει άξονα συμμετρίας τον  $xx'$ , κορυφή την αρχή των αξόνων και διευθετούσα  $\delta=-1$

(Μονάδες 5)

β. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) της παραβολής  $C$  η οποία είναι κάθετη στην ευθεία η:  $4x^2 + 5y^2 + 4 = 0$  έχει εξίσωση  $\epsilon: y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$  (Μονάδες 10)

γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο την εστία της παραβολής και εφάπτεται στην ( $\epsilon$ ).

(Μονάδες 5)

δ. Να βρείτε τα κοινά σημεία της παραβολής και του κύκλου.

(Μονάδες 5)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Καλή επιτυχία

