

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2007**

**ΘΕΜΑΤΑ**

Θέμα 1<sup>ο</sup>

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

Α. Ας θεωρήσουμε δυο σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  του καρτεσιανού επιπέδου και ας υποθέσουμε ότι  $(x, y)$  είναι οι συντεταγμένες του μέσου  $M$  των  $AB$ . Να αποδειχθεί ότι

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

*(15 μόρια)*

Β. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

1) Αν δυο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  με συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα είναι  $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$  τότε  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$  **Σ-Λ**

2) Η εξίσωση  $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \rho^2$  είναι εξίσωση κύκλου με κέντρο  $(-x_0, -y_0)$  και ακτίνα  $\rho$ . **Σ-Λ**

3) Η απόσταση του σημείου  $M(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $\epsilon: AX + BY + \Gamma = 0$  είναι

$$\frac{|AX_0 + BY_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{Σ-Λ}$$

4) Η εξίσωση της έλλειψης με κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων εστίες  $y'$ ,  $y$ , μεγάλο άξονα με μήκος  $2a$  και μικρό άξονα με μήκος  $2b$  είναι  $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$  **Σ-Λ**

5) Έστω η υπερβολή με εξίσωση  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  και το σημείο της  $M(x_1, y_1)$ . Η εφαπτόμενη της στο σημείο  $M$  είναι η ευθεία με εξίσωση  $\beta^2 x_1 x - a^2 y_1 y = a^2 \beta^2$

*(10 μόρια)*

Θέμα 2<sup>ο</sup>

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (1, \lambda)$  και  $\vec{b} = (4, -\lambda)$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$

Να βρείτε το  $\lambda$  ώστε

A)  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  *(12,5 μόρια)*

B)  $\vec{a} \perp \vec{b}$  *(12,5 μόρια)*

Θέμα 3<sup>ο</sup>

Τα σημεία  $M_1(1,1)$  και  $M_2(2,2)$  και  $M_3(3,-1)$  είναι τρεις διαδοχικές κορυφές ενός παραλληλογράμμου. Να βρεθούν

A) οι συντεταγμένες της τέταρτης κορυφής *(13 μόρια)*

B) Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου *(12 μόρια)*

Θέμα 4<sup>ο</sup>

Δίνεται η παραβολή  $y^2 = 4x$  και η ευθεία  $(\epsilon): y = x - 1$

A) Να δείξετε ότι η  $(\epsilon)$  περνά από την εστία της παραβολής

*(8 μόρια)*

B) Να βρείτε τα κοινά σημεία  $A, B$  της  $(\epsilon)$  με την παραβολή

*(7 μόρια)*

Γ) Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία  $A, B$  είναι κάθετες

*(10 μόρια)*