

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

ΘΕΜΑ 1

copyright © 2005- 2006

Α. Αποδείξτε ότι οι συντεταγμένες (x,y) του διανύσματος με άκρα τα σημεία $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$x = x_2 - x_1 \text{ και } y = y_2 - y_1$$

Μονάδες 10

Β. Να γράψετε τον ορισμό της παραβολής.

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα κάθε πρότασης. Μονάδες 10

α) Αν ε η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ τότε: $\varepsilon = \frac{b}{a}$

β) Η εφαπτομένη του κύκλου $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$ στο σημείο του (x_1, y_1) δίνεται από τον τύπο: $xx_1 + yy_1 = \rho^2$

γ) Αν για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει ότι: $\vec{\alpha} = \kappa\vec{\beta}$ με $\kappa \in \mathbf{R}$ τότε είναι παράλληλα μεταξύ τους.

δ) Αν α, β ακέραιοι με $\beta \neq 0$ τότε υπάρχουν μοναδικοί ακέραιοι κ, ν τέτοιοι ώστε

$$\alpha = \kappa\beta + \nu, \quad 0 \leq \nu < |\beta|$$

ε) Για κάθε ευθεία ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία: $A(1,3)$ και $B(-1,5)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB .

Μονάδες 5

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της μεσοκαθέτου του τμήματος AB

$$\text{είναι : } y = x + 4$$

Μονάδες 10

γ) Έστω $\Gamma(-\kappa, \kappa)$ με κ πραγματικό αριθμό, σημείο της παραπάνω μεσοκαθέτου.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 8

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

copyright © 2005- 2006

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα διανύσματα: $\vec{\alpha} = (2, -1)$ και $\vec{\beta} = (3, -6)$. Να βρείτε:

- α) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$. Μονάδες 10
- β) Τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ με τον άξονα $x'x$. Μονάδες 5
- γ) Το $\kappa \in \mathbf{R}$ ώστε το διάνυσμα $\vec{u} = (\kappa, \kappa^2 + 1)$ να είναι συγγραμμικό προς το διάνυσμα $\vec{\beta}$. Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται μία γραμμή με εξίσωση: $x^2 - 2\kappa x + y^2 + 2\lambda y = 0$ όπου κ, λ θετικοί αριθμοί.

- α) Αποδείξτε ότι η γραμμή είναι εξίσωση κύκλου και βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. Μονάδες 9
- β) Δείξτε ότι η ευθεία με εξίσωση $\epsilon: \kappa x + 2\kappa\lambda = \lambda y$ δεν τέμνει τον παραπάνω κύκλο. Μονάδες 9
- γ) Αν το τρίγωνο που σχηματίζει με τους άξονες η ευθεία ϵ είναι ισοσκελές δείξτε ότι το κέντρο του κύκλου είναι σημείο της διχοτόμου της δεύτερης και τέταρτης γωνίας των εξόνων. Μονάδες 9