

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

A. α) να δείξετε ότι ο $v^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο το a_1 και διαφορά ω δίνεται από την σχέση : $a_v = a_1 + (v-1)\omega$ (μονάδες 7,5)

β) Να δειχθεί ότι $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\alpha$ (μονάδες 5)

B. α) η παράσταση $\Pi = (\eta\mu 15^\circ - \sigma\upsilon\nu 15^\circ)^2 - 2\eta\mu 15^\circ \sigma\upsilon\nu 15^\circ$ είναι ίση με :

A. 0 . B. 1 Γ. $\frac{1}{2}$ Δ. κανένα από τα προηγούμενα (μονάδες 5)

β) να αντιστοιχίσετε στο τετράδιο σας το γράμμα της στήλης A με τον αριθμό της στήλης B που αντιστοιχεί στον νιοστό όρο (μονάδες 7,5)

Στήλη A	Στήλη B
α) $a_1=1, \omega=4$	1) $a_v=-v$
β) $a_1=0, \omega=3$	2) $a_v=4v-3$
γ) $a_1=-1, \omega=-1$	3) $a_v=3-2v$
	4) $a_v=3v-3$

Θέμα 2

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda x^3 - x^2 - 4x + 2$

A) να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία ο αριθμός $\rho=1$ είναι ρίζα του $P(x)$ (μονάδες 10)

B) να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-1$ (μονάδες 5)

Γ) να βρείτε τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει $P(x) + 4x - 2 > 0$ (μονάδες 10)

Θέμα 3

A) να βρεθούν τα $x \in \mathbb{R}$ ώστε οι αριθμοί $3^{x+2}, 2^{x+4} + \frac{1}{2} 3^x, 5 \cdot 2^x$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. (μονάδες 10)

B) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 1)$

α) να βρείτε το πεδίο ορισμού της (μονάδες 5)

β) αν $g(x) = 2\ln(e^x - 1)$ τότε να λύσετε την ανίσωση $f(x) > g(x)$ (μονάδες 5)

γ) να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 2x$ (μονάδες 5)

Θέμα 4

Ένας κηπουρός πρέπει να ρίξει λίπασμα σε 30 δένδρα ενός κήπου που απέχουν μεταξύ τους 6 μέτρα. Το λίπασμα και τα δένδρα βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Το λίπασμα απέχει από το πρώτο δένδρο 50 μέτρα. Να βρείτε την απόσταση που θα διανύσει ο κηπουρός αν σε κάθε δένδρο πρέπει να ρίξει ένα καροτσάκι λίπασμα και στην συνέχεια να ξαναγυρίσει να γεμίσει το καροτσάκι και να συνεχίσει στο επόμενο δένδρο έως ότου εξαντληθούν όλα τα δένδρα.