2004-2005

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

Α. α. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα S_v των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου ($α_v$) που έχει πρώτο όρο $α_1$ και λόγο $λ \neq 1$ είναι $S_v = α_1 \frac{λ^v - 1}{λ - 1}$

(Μονάδες 10)

β. Να γράψετε τον τύπο που δίνει τον νιοστό όρο $α_v$ μιας Αριθμητικής προόδου ($α_v$) που έχει πρώτο όρο $α_1$ και διαφορά ω

(Μονάδες 5)

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για τις επόμενες ερωτήσεις :

α. Ο τύπος που εκφράζει το συν2α από τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας α είναι :

i. $συν2α = 1-2συν^2α$ ii. $συν2α = ημ^2α-συν^2α$ iii. $συν2α = 1-2ημ^2α$

(Μονάδες 2,5)

β. Το πολυώνυμο $P(x) = (x-1)^{2000}+x-3$ το διαιρούμε με το διώνυμο x-1. Το υπόλοιπο αυτής της διαίρεσης είναι :

i. 0 ii. -3 iii. 3 iv. -2 v. 2

(Μονάδες 2,5)

γ. Αν $\ln θ = x$ τότε ισχύει :

i. $e^θ = x$ ii. $x^e = θ$ iii. $e^x = θ$ iv. $x^θ = e$

(Μονάδες 2,5)

δ. Η τιμή της παράστασης $συν72^o συν63^o - ημ63^o ημ27^o$ είναι :

i. 1 ii. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ iii. 0 iv. -1 v. $\frac{1}{2}$

(Μονάδες 2,5)

Θέμα 2

Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) = x^3+αx^2+βx+4$ με $α, β \in \mathbf{R}$.

α. Αν $f(1) = 8$ να βρεθεί η σχέση που ισχύει ανάμεσα στους πραγματικούς α, β.

(Μονάδες 12,5)

β. Αν $f(1) = 8$ και επιπλέον το πολυώνυμο f(x) διαιρείται ακριβώς με το x-2, να προσδιοριστούν οι πραγματικοί α, β.

(Μονάδες 12,5)

Θέμα 3

Σε μία Γεωμετρική πρόοδο ($α_v$) με πρώτο όρο $α_1 > 0$ ισχύουν οι σχέσεις

$α_1.α_2 = 3^{1+συνx}$ (1) και $α_3.α_5 = 3^{1+6συνx}$ (2) όπου x ένας πραγματικός αριθμός.

α. Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της προόδου είναι $\alpha_1 = \sqrt{3}$ και ότι ο λόγος της είναι $\lambda = 3^{\sigma\upsilon\nu x}$

(Μονάδες 7,5)

β. Αν $x = \frac{\pi}{3}$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$\Pi = (\alpha_2.\alpha_4.\alpha_6...\alpha_{200})^{\frac{1}{1010}}$

(Μονάδες 7,5)

γ. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 = 10^{\log 13 - 3\log\sqrt{3}}$

(Μονάδες 10)

Θέμα 4

Σε μία πόλη εμφανίζεται απρόοπτα μία κοινωνία βλαβερών εντόμων η οποία διαρκώς αυξάνεται σύμφωνα με τον τύπο $Q(t) = Q(0).e^{\kappa.t}$, όπου t ο χρόνος που παρέρχεται σε ώρες από τη στιγμή της εμφάνισής της, Q_o ο αρχικός αριθμός εντόμων της κοινωνίας που εμφανίστηκε και κ μία πραγματική σταθερά που εξαρτάται από το είδος των εντόμων.

Α. Αν μετά από 6 ώρες ο αριθμός των εντόμων διπλασιάστηκε τότε :

α. Να αποδείξετε ότι τα έντομα αυξάνονται σύμφωνα με τον τύπο $Q(t) = Q_o.2^{\frac{t}{6}}$

(Μονάδες 10)

β. Να βρείτε πόσες φορές είναι μεγαλύτερος ο αριθμός των εντόμων, σε σχέση με τον αριθμό που πρωτοεμφανίστηκε, μετά από την πάροδο ακριβώς 2 ημερών από τη στιγμή της εμφάνισής τους.

(Μονάδες 5)

Β. Ακριβώς με την συμπλήρωση 2 ημερών, από τη στιγμή εμφάνισης των εντόμων, ευαισθητοποιήθηκαν οι τοπικές αρχές και πραγματοποίησαν ψεκασμούς με εντομοκτόνο στην κοινωνία των εντόμων με αποτέλεσμα από εκείνη τη στιγμή αφενός να σταματήσει η αύξηση των εντόμων και αφετέρου ο αριθμός των εντόμων της κοινωνίας να αρχίσει να μειώνεται.

Ο αριθμός των εντόμων που απέμεινε t ώρες μετά από τον ψεκασμό δίνεται από τον τύπο $R(t) = R_o.e^{\lambda.t}$, όπου R_o ο αριθμός των εντόμων που υπήρχαν τη στιγμή του ψεκασμού και λ πραγματική σταθερά που εξαρτάται από το είδος του εντομοκτόνου.

Αν 10 ώρες μετά τον ψεκασμό ψόφησαν τα $\frac{3}{4}$ των εντόμων και ο αριθμός των εντόμων που πρωτοεμφανίστηκε ήταν 128, να βρείτε πόσες ώρες μετά τον ψεκασμό θα απομείνει μόνο ένα έντομο.

(Μονάδες 10)

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ copyright © 2005- 2006