

Προαγωγικές Εξετάσεις Β ! Τάξης

στην Άλγεβρα

Θέμα 1°

A. Δείξτε ότι ο n -οστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και

$$\text{διαφορά } \omega \text{ είναι } a_n = a_1 + (n-1)\omega$$

Μονάδες 15

B. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται περιοδική.

Μονάδες 2

Γ. Να γράψετε στην κόλα σας τον αριθμό της ερώτησης (1, 2, 3, 4) και δίπλα το γράμμα Σ αν την θεωρείτε σωστή ή το γράμμα Λ αν την θεωρείτε λάθος.

1. Αν $a > 0$ και $a \neq 1$ τότε για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$.
2. Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = a^x$, $0 < a \neq 1$ έχει σύνολο τιμών το διάστημα $(0, +\infty)$.
3. Το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι:

$$S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}.$$

4. Αν $\sin \alpha \neq 0$, $\sin \beta \neq 0$, $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$ τότε: $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$

Μονάδες 8 (2 + 2 + 2 + 2)

Θέμα 2°

Να δείξετε ότι :

a.
$$\frac{\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\alpha} = \epsilon\phi\alpha$$

Μονάδες 13

β. Να λυθεί η εξίσωση: $1 + \sigma\upsilon\nu 2\chi = \sigma\upsilon\nu\chi$.

Μονάδες 12

Θέμα 3°

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \ln(e^x - e) - 1$

a) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 7

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 8

γ) Να λυθεί η ανίσωση $f(x) < f\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $x + 1$ δίνει υπόλοιπο 5 και διαιρούμενο με το $x - 3$ δίνει υπόλοιπο -7 .

α) Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 2x - 3)$ είναι το $ax + b$ να δείξετε ότι :
 $a = -3$ και $b = 2$.

Μονάδες 8

β) Αν $a = -3$ και $b = 2$ και $\pi(x)$ το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - 2x - 3$ να γράψετε την ταυτότητα της αντίστοιχης διαίρεσης

Μονάδες 5

γ) Αν το πηλίκο $\pi(x) > 0$ για κάθε x που ανήκει στο \mathbb{R} , να λυθεί η ανίσωση :
 $P(x) > -3x + 2$

Μονάδες 12

Παρατήρηση : Το δεύτερο θέμα είναι δυο διαφορετικές ασκήσεις.