

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ
ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ 1^ο:

Α. Έστω γωνία α για την οποία ισχύει $\sin \alpha \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

$$\varepsilon\varphi^2 \alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$$

(Μονάδες 10)

Β. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για $\theta_1, \theta_2, \theta > 0$ και $x \in \mathbb{R}$ να συμπληρώσετε στις παρακάτω ισότητες τα κενά που σημειώνονται με

1. $\log_a \alpha^x = \dots\dots\dots$

2. $\alpha^{\log_a \theta} = \dots\dots\dots$

3. $\log_a (\theta_1 \theta_2) = \dots\dots\dots$

4. $\log_a 1 = \dots\dots\dots$

5. $\log_a \alpha = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 10)

Γ. Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος;

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^ο:

Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (d_n) $n \in \mathbb{N}^*$ με $a_2=1, a_3=\eta\mu\chi+1, a_4=\eta\mu\chi+3$, όπου $0 \leq \chi \leq \pi$.

α) Δείξτε ότι: $\chi = \pi/2$

(Μονάδες 12)

β) Δείξτε ότι ο λόγος της γεωμετρικής προόδου είναι $\lambda=2$ και ο πρώτος όρος είναι ο $a_1=1/2$

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3^ο:

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^3 + (\beta-1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του $P(x)$ και το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $\chi+1$ δίνει υπόλοιπο 2, τότε να αποδείξετε ότι $a=2$ και $\beta=4$

(Μονάδες 15)

β) Αν $a=2$ και $\beta=4$ να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4^ο:

A) Δίνεται η συνάρτηση:

$$F(x) = \frac{(\lambda-1)^x}{3^x}$$

με $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν οι πραγματικές τιμές του λ για τις οποίες:

α) η $f(x)$ είναι εκθετική συνάρτηση

(Μονάδες 8)

β) Η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα

(Μονάδες 7)

B) Αν $\lambda=10$ να λύσετε την εξίσωση: $f(x) + f(x+1) = 36$

(Μονάδες 10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!