

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΧ. ΕΤΟΣ 2004-2005

ΤΑΞΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1^ο Α) Έστω $P(x)$ ένα πολυώνυμο του x και ρ ένας πραγματικός αριθμός. Αν $\pi(x)$ είναι το ηλίκο και $\nu(x)$ το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $(x-\rho)$ τότε:

α) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x-\rho)$. (5M)

β) Το υπόλοιπο $\nu(x)$ είναι:

i) Πάντοτε πολυώνυμο ίδιου βαθμού με το $P(x)$.

ii). Πολυώνυμο πρώτου βαθμού

iii). Σταθερό πολυώνυμο.

iv). Πάντοτε το μηδενικό πολυώνυμο (5M)

γ) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $(x-\rho)$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$. Είναι δηλαδή $\nu = P(\rho)$ (5M)

Β) Έστω το πολυώνυμο $P(x)=\lambda^2 x^3+4\lambda x+4$ όπου λ πραγματικός αριθμός.

Για ποια από τις παρακάτω τιμές του λ το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x-1)$ είναι ίσο με το μηδέν.

Α. $\lambda=8$ Β. $\lambda=-2$ Γ. $\lambda=3$ Δ. $\lambda=1$ Ε. $\lambda=0$ (10M)

Θέμα 2^ο Α) Το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας ακολουθίας (a_n)

δίνεται από την σχέση $S_n = an^2 + n - 1$.

α) Να αποδείξετε ότι η (a_n) είναι αριθμητική πρόοδος (5M)

β) Να βρείτε τον αριθμό a αν το άθροισμα των 5 πρώτων όρων της (a_n) είναι 29 (5M)

γ) Αν $a=1$ τότε να υπολογίσετε τον εκατοστό όρο της προόδου (5M)

Β) Να βρείτε Την τιμή του $x \in \mathbb{R}$ ώστε οι αριθμοί $x-4, x+4, 3x-4$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου (10M)

Θέμα 3^ο Α) Να λύσετε την εξίσωση $\sin 2x + 3\eta\mu x + 1 = 0$ (10M)

Β) Αν $\eta\mu\alpha - \eta\mu\beta = x$ και $\sigma\upsilon\nu\alpha + \sigma\upsilon\nu\beta = \psi$ τότε να υπολογίσετε συναρτήσει των x και ψ το $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)$ (15M)

Θέμα 4^ο Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(e^{x+1} - 1) + ax + \beta, a, \beta \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της (12M)

ii) Αν $f(0) = 1$ και $f(1) = 0$ να βρείτε τις τιμές των a, β . (13M)

Παρατήρηση: Το ερώτημα Β του πρώτου θέματος είναι άσκηση.