

ΘΕΜΑ 1^ο :Α. Όταν για τις γωνίες α, β ισχύουν $\sin \alpha \cdot \sin \beta \neq 0$ και $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$ να αποδείξετε ότι

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \quad (9 \text{ μονάδες})$$

Β. α) Τι λέγεται αριθμητική πρόοδος; (4 μονάδες)
 β) Τι λέγεται γεωμετρική πρόοδος; (4 μονάδες)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) (8 μονάδες)

α) αν $\theta > 0, \alpha > 0, \alpha \neq 1$ τότε $\log_{\alpha} \theta = \chi \Leftrightarrow \alpha^{\chi} = \theta$

β) το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας αριθμητικής (α_n) είναι $S_n = \frac{(\alpha_1 + \alpha_n) \cdot n}{2}$

γ) αν θ_1, θ_2 και $\alpha > 0, \alpha \neq 1$ τότε : $\log_{\alpha} \frac{\theta_1}{\theta_2} = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$

δ) το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι το $v = P(\rho)$

ΘΕΜΑ 2^ο Δίνεται η παράσταση $\Pi = \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)$

α) Να αποδείξετε ότι : $\Pi = \sin^2 \alpha - \eta \mu^2 \beta$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \chi\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \chi\right) = -\frac{1}{2}$ (25 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο : Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - \lambda$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

α) να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το πολυώνυμο $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x - 1$

β) για $\lambda = 6$ να γίνει η διαίρεση $P(x) : (x - 1)$ και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα

γ) για $\lambda = 6$ να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$ (25 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο : Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \chi + \ln(e^{\chi} - 5)$

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της

2. Να δείξετε ότι $f(\ln 6) < f(\ln 7)$

3. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > \ln 3 + \ln(e^x - 5)$ (25 μονάδες)