

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1

Α. Έστω ο κύκλος (O,R)

α) στον κύκλο να εγγράψετε ισόπλευρο τρίγωνο

β) να δείξετε ότι $l_3 = R\sqrt{3}$ όπου l_3 η πλευρά του ισοπλεύρουγ) να δείξετε ότι $a_3 = \frac{R}{2}$ όπου a_3 το απόστημα του ισοπλεύρου (μονάδες 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος)

α) αν δυο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο της ομοιότητας

β) το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο της διαμέσου επί το ύψος του

γ) αν η δύναμη του σημείου Ρ ως προς τον κύκλο (O,R) δίνεται από τον τύπο

$$\Delta_{(O,R)}^P = -R^2 \text{ τότε το Ρ ταυτίζεται με το κέντρο}$$

δ) σε κάθε τρίγωνο ισχύει : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, a, b, c οι πλευρές του

ε) σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψος που αντιστοιχεί στην υποτεινούσα είναι ίσο με το γινόμενο των καθέτων πλευρών του (μονάδες 10)

Θέμα 2

Σε κύκλο διαμέτρου $AB=6\text{cm}$ θεωρώ σημείο Μ της διαμέτρου τέτοιο ώστε $AM=2\text{cm}$ Στη συνέχεια φέρνω χορδή $\Gamma\Delta$ που περνά από το Μ και έχει μήκος $4\sqrt{2}$ Να βρεθούν τα μήκη των ευθ. τμημάτων $M\Gamma, M\Delta$ (μονάδες 25)

Θέμα 3

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} < 90^\circ$ δίνεται ότι ισχύει : $\beta = \sqrt{3}$, $\gamma = 1$, $(AB\Gamma) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Να υπολογισθούν :

α) \hat{A} και a (μονάδες 5)β) η ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου (μονάδες 5)γ) να υπολογισθεί η προβολή της γ πάνω στην $B\Gamma$ (μονάδες 15)

Θέμα 4

Σε κύκλο ακτίνας $R=12$ ένα τόξο AB έχει μήκος 2π α) πόσο μοιρών είναι το τόξο AB β) να υπολογίσετε το εμβαδόν του τομέα $(O.AB)$ γ) να βρείτε το λόγο των εμβαδών των δυο κυκλικών τμημάτων στα οποία χωρίζεται ο κυκλικός δίσκος από την χορδή AB