ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
copyright © 2005- 2006

Λύκειο Αιδηψού 2004-2005

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέμα 1

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των καθέτων πλευρών του στην υποτείνουσα.

(Μονάδες 13)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλα σας τη λέξη ¨Σωστό¨ αν η πρόταση είναι σωστή και ¨Λάθος¨ αν η πρόταση είναι λανθασμένη, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta^2+\gamma^2=2\mu_\alpha{}^2+\frac{\alpha^2}{2}$

β. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2<\beta^2+\gamma^2$ αν και μόνο αν $\hat{A}<1L$

γ. Το εμβαδόν τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (O,R) είναι $E=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4R}$

δ. Αν μία γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μία γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

ε. Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου υπολογίζεται από τον τύπο $\varphi_\nu=180^\circ-\frac{360^\circ}{\nu}$

ζ. Το μήκος τόξου $\overset{\frown}{AB}$ μ° ενός κύκλου (O,R) είναι $l=\frac{\pi R\mu}{360}$

(Μονάδες 12)

Θέμα 2

Στο παρακάτω σχήμα η ακτίνα του κύκλου είναι 5 και η απόσταση του σημείου Ρ από το κέντρο του Ο είναι ΟΡ = 7. Από το Ρ φέρνουμε μία ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα Α, Β έτσι ώστε ΑΒ = 5 και το εφαπτόμενο τμήμα ΡΓ.

α. Να υπολογίσετε το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΡΓ.

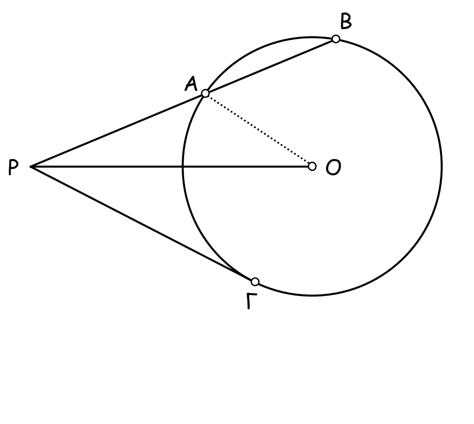
(Μονάδες 7)

β. Να αποδείξετε ότι ΡΑ = 3.

(Μονάδες 9)

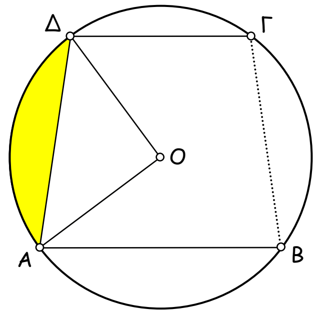
γ. Να βρεθεί η γωνία $P\hat{A}O$.

(Μονάδες 9)



Θέμα 3

Θεωρούμε κύκλο (O,R) και εκατέρωθεν του κέντρου του τις παράλληλες χορδές $AB = \lambda_3$, $\Gamma\Delta = \lambda_6$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



α. Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΟΔ.

(Μονάδες 10)

β. Να υπολογιστεί συναρτήσει της ακτίνας R η περίμετρος και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος ΑΔ.

(Μονάδες 15)

Θέμα 4

Σε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ > ΑΒ φέρουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσο ΑΜ.

Αν ισχύει $(A\Delta M) = \dfrac{\beta\gamma\left(\beta^2 - \gamma^2\right)}{4\alpha^2}$ να αποδείξετε ότι :

α. $\beta\gamma = \alpha\upsilon_\alpha$

(Μονάδες 12)

β. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 13)