

ΤΑΞΗ: Β'

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2005 ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: - ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις να σημειώσετε, στο φύλο των απαντήσεων τη σωστή απάντηση:

α) Η ισότητα της ευκλείδειας διαίρεσης του ακεραίου  $a$  με τον ακέραιο  $\beta$  εκφράζεται από τη σχέση:

$$A: \alpha = \kappa\beta + \nu, \text{ με } \kappa, \nu \in \mathbf{Z}$$

$$B: \beta = \kappa\alpha + \nu, \text{ με } \nu \geq 0$$

$$Γ: \alpha = \kappa\beta + \nu, \text{ με } 0 \leq \nu < |\beta|$$

$$\Delta: \alpha = \kappa\nu + \beta, \text{ με } 0 \leq \nu < |\beta|$$

$$E: \alpha = \kappa\beta + \nu \text{ με } 0 \leq \kappa < |\beta|$$

β) Το γινόμενο δύο διαδοχικών ακεραίων είναι".

A: περιττός B: Θετικός Γ: αρνητικός

Δ: άρτιος E: δεν γνωρίζουμε

B. Να σημειώσετε στο φύλο των απαντήσεων,

δίπλα στον αριθμό κάθε ερώτησης το Σωστό (Σ) ή το Λάθος (Λ)

α) Η εξίσωση  $\chi^2 + \psi^2 = a$  ( $a > 0$ ) παριστάνει κύκλο.

Σ Λ

β) το σημείο  $\left(\frac{\eta\mu\theta}{2}, \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{2}\right)$  ανήκει στον κύκλο

$$4(\chi - \eta\mu\theta)^2 + 4(\psi - \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 1 \text{ για κάθε πραγματικό αριθμό } \theta. \quad \Sigma \quad \Lambda$$

Γ. α) Δώστε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ .

β) Για τα τυχαία διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\nu}$  του επιπέδου να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\nu} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\nu}$$

ΘΕΜΑ 2ο

Για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δίνεται ότι  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}$ ,  $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$  και  $\left(\frac{\vec{\alpha}}{|\vec{\alpha}|}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$

Έστω τα διανύσματα  $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ ,  $\vec{v} = 4\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$ . Να υπολογίσετε

α. το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 5

β. τα μέτρα  $|\vec{u}|, |\vec{v}|$  των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$  Μονάδες 8

γ. το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  Μονάδες 7

δ. το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$  Μονάδες 5

#### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται τα σημεία A(8,0) και B(0,4) του καρτεσιανού επιπέδου  $Ox\psi$

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από την αρχή των αξόνων O και το μέσο Δ του τμήματος AB.

Μονάδες 12

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο Δ και είναι κάθετη στην ευθεία OΔ.

Μονάδες 13

#### ΘΕΜΑ 4

A. Να βρεθεί η εστία και η διευθετούσα της παραβολής με εξίσωση:

$$(i) \quad \psi^2 = 8\chi \quad (ii) \quad \psi^2 = -8\chi \quad (iii) \quad \chi = \frac{1}{4}\psi^2$$

Μονάδες 12

B. Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των ευθειών  $a\psi = \lambda\beta(a + \chi)$  και  $\lambda a\gamma = \beta(a - \chi)$ ,

$$0 < \beta < a, \text{ ανήκει στην έλλειψη } \frac{\chi^2}{a^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1 \text{ για όλες τις τιμές του } \lambda \in \mathbb{R}$$

Μονάδες 13

