

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2004 – 2005

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΑΞΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>Α) Έστω  $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1)$  και  $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$  δυο διανύσματα

1. Να εκφράσετε (χωρίς απόδειξη) το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ως συνάρτηση των συντεταγμένων τους (μονάδες 5)
2. Αν τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δεν είναι παράλληλα στον  $\psi\psi$  και  $\lambda_1, \lambda_2$  είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  αντίστοιχα να δείξετε ότι ισχύει:  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$  (μονάδες 10)

Β) Να εξετάσετε αν είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) οι παρακάτω προτάσεις

1. Ένα διάνυσμα και μια ευθεία, αν έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης είναι παράλληλα
2. Αν  $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$  είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  τότε ισχύει η ισοδυναμία  $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 1$
3. Ισχύει ότι  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
4. η απόσταση των σημείων  $A(\chi_1, \psi_1)$  και  $B(\chi_2, \psi_2)$  είναι ίση με  $(AB) = \sqrt{(\chi_2 + \chi_1)^2 + (\psi_2 + \psi_1)^2}$
5. Ισχύει ότι  $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|$  (μονάδες 2χ5=10)

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>Δίνεται οι ακέραιοι αριθμοί  $\alpha, \beta, \kappa$  και ισχύει ότι:  $\alpha = 2\kappa + 3$  και  $\beta = 4\kappa + 5$ .

- α) να δείξετε ότι  $\alpha + \beta$  είναι άρτιος (μονάδες 13)
- β) να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $2\alpha + \beta$  με το 8 (μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ):  $3\chi - 4\psi - 2 = 0$  και το σημείο  $A(1, 2)$ 

- α) δείξετε ότι το σημείο  $A$  δεν ανήκει στην ευθεία ( $\epsilon$ ) (μονάδες 5)
- β) να βρείτε εξίσωση ευθείας ( $\eta$ ) που διέρχεται από  $A$  και είναι κάθετη πάνω στην ( $\epsilon$ ) (μονάδες 10)
- γ) να βρείτε την απόσταση του σημείου  $A$  από την ( $\epsilon$ ) (μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>Δίνεται η εξίσωση ( $c$ ):  $\chi^2 + \psi^2 - 2\chi - 1 = 0$ 

- α) δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα (μονάδες 8)
- β) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο του  $A(2, 1)$  (μονάδες 9)
- γ) να βρείτε το  $\lambda \in \mathbb{R}$  αν η ευθεία ( $\epsilon$ )  $\chi + \psi + \lambda = 0$  εφάπτεται στον κύκλο αυτό (μονάδες 8)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

