

ΣΧΟΛ.ΕΤΟΣ : 2004 - 2005

ΗΜΕΡ/ΝΙΑ : 6 / 06 / 2005

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ**

ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ  
 ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 1**

i) Να αποδείξετε πως η εξίσωση εφαπτομένης (ε) κύκλου με εξίσωση

$$x^2 + y^2 = \rho^2 \text{ στο σημείο του } A(x_1, y_1) \text{ είναι:}$$

$$x x_1 + y y_1 = \rho^2 \quad (13 \text{ μόρια})$$

ii) Να συμπληρώσετε στα κενά των στηλών το ηλίκο (π) και το υπόλοιπο (υ) της ευκλείδειας διαίρεσης του αριθμού α με τον αριθμό β και να μεταφέρετε το πίνακα στο φύλλο σας.

Διαιρετέος	Διαρέτης	Ηλίκο(π)	Υπόλοιπο(υ)
$\alpha = 97$	$\beta = 15$	$\pi = \dots\dots\dots$	$\upsilon = \dots\dots\dots$
$\alpha = -123$	$\beta = 15$	$\pi = \dots\dots\dots$	$\upsilon = \dots\dots\dots$
$\alpha = 104$	$\beta = -15$	$\pi = \dots\dots\dots$	$\upsilon = \dots\dots\dots$
$\alpha = -81$	$\beta = -15$	$\pi = \dots\dots\dots$	$\upsilon = \dots\dots\dots$

( 12 μόρια )

**ΘΕΜΑ 2**

Θεωρούμε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  ,  $\vec{\beta}$  . Αν γι αυτά ισχύουν :

i)  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}$  ,  $|\vec{\beta}| = 1$  και  $(2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \perp (3\vec{\alpha} - 5\vec{\beta})$  να βρεθεί το  $\text{syn}(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$   
 ( 12 μόρια )

ii)  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{3}$  ,  $|\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}| = \sqrt{7}$  και  $\left(\frac{\vec{\alpha}}{|\vec{\alpha}|}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{6}$  να βρεθεί το  $|\vec{\beta}|$   
 ( 13 μόρια )

## ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τα σημεία  $A(2, 3)$ ,  $B(\beta, 0)$ ,  $\Gamma(0, \gamma)$ , όπου  $\beta, \gamma$  πραγματικοί αριθμοί και  $\beta \neq 2$ .

- i) Να βρείτε συναρτήσεις των  $\beta, \gamma$  τις εξισώσεις  $(\epsilon), (\zeta)$  των ευθειών που ορίζονται από τα σημεία  $A, B$  και  $A, \Gamma$  αντίστοιχα. (10 μόρια)
- ii) Αν οι δύο ευθείες είναι κάθετες δείξτε πως  $2\beta + 3\gamma = 13$  και βρείτε τον γ.τ. του μέσου  $M$  του τμήματος  $B\Gamma$ . (15 μόρια)

## ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε δύο παραβολές με εξισώσεις  $(C_1): y^2 = 4x$  και  $(C_2): x^2 = \frac{1}{2}y$

- i) Να βρείτε την εξίσωση  $(\delta)$  της διευθετούσας της  $(C_1)$  και την εστία  $E$  της  $(C_2)$ . (10 μόρια)
- ii) Να βρείτε τη τομή  $K$  της  $(\delta)$  με τη  $(C_2)$  και την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το  $K$  και εφάπτεται της ευθείας  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$  (10 μόρια)
- iii) Να βρείτε τα δύο σημεία τομής των  $(C_1), (C_2)$  και το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από αυτά και το σημείο  $K$  του προηγούμενου ερωτήματος. (5 μόρια)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ