

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ Β΄.

ΘΕΜΑ 1^ο

A. α) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} \neq \vec{0}$ και $\vec{b} \neq \vec{0}$. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου των διανυσμάτων αυτών. (Μονάδες 4)

β) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$ που σχηματίζουν γωνία θ . Να γράψετε τους τύπους που δίνουν το εσωτερικό γινόμενο των \vec{a}, \vec{b} και του συνθ συναρτήσεως των συντεταγμένων των \vec{a} και \vec{b} . (Μονάδες 6)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη Σ (σωστό) ή Λ (λάθος).

α) Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ τότε : $\vec{a}\vec{b} = -|\vec{a}||\vec{b}|$ (Μονάδες 3)

β) Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(\frac{A}{2}, \frac{B}{2})$. (Μονάδες 3)

γ) Η εξίσωση της εφαπτόμενης της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της $A(x_1, y_1)$ είναι $xx_1 = p(y + y_1)$. (Μονάδες 3)

δ) Εστω α, β, γ ακέραιοι αριθμοί. Αν $\alpha \mid \beta$ και $\beta \mid \gamma$, τότε $\alpha \mid \gamma$. (Μονάδες 3)

ε) Εστω $\alpha, \beta, \gamma, \kappa, \lambda$ ακέραιοι αριθμοί. Αν $\alpha \mid \beta$ και $\alpha \mid \gamma$, τότε $\alpha \mid (\kappa\alpha + \lambda\gamma)$. (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} τέτοια ώστε : $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.

α) Να υπολογίσετε το $\vec{a}\vec{b}$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $(3\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = 15$. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με Α(-1,3), Β(4,3), Γ(4,-1).

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του ΑΒΓΔ. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η έλλειψη $C_1: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ και ο κύκλος $C_2: x^2 + y^2 = 16$. Τα σημεία M, N ανήκουν στην έλλειψη και τον κύκλο αντίστοιχα, και έχουν την ίδια τετμημένη, δηλαδή είναι $M(x_1, y_1)$ και $N(x_1, y_2)$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της έλλειψης στο σημείο M , και του κύκλου στο σημείο N συναρτήσει των x_1, y_1, y_2 . (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες που βρήκατε στο α) ερώτημα, τέμνονται πάνω στον άξονα xx' . (Μονάδες 12)

