

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΤΑΞΗ Β**

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο :Α) Αν $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1)$ και $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ με $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ δείξτε ότι $\lambda_1 \lambda_2 = -1$ όπου λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ αντίστοιχα (13 μονάδες)

Β) 1) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε τα διανύσματα

$$\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 2, \lambda) \text{ και } \vec{\beta} = (1, -1) \text{ να είναι κάθετα}$$

2) Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (-1, 1)$ με τον άξονα $\chi'\chi$

3) Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\kappa^2 + 1, 1)$, $\vec{\beta} = (-2, -1)$ είναι παράλληλα να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$.

4) Δίνονται τα σημεία $A(\kappa, \kappa+1)$, $B(\kappa+6, 2\kappa+1)$ και $\Gamma(\kappa+3, \kappa)$

Για ποια τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$ είναι συνευθειακά; (12

μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο : Α. Να βρείτε τα μήκη των αξόνων, τις εστίες και την εκκεντρότητα των ελλείψεων

$$\alpha) \frac{\chi^2}{9} + \frac{\psi^2}{4} = 1 \quad \beta) 25\chi^2 + 9\psi^2 = 225 \quad (12$$

μονάδες)

Β. Δίνεται η παραβολή $\psi^2 = 4\chi$

α) Να βρεθεί η εστία και η διευθετούσα

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης που είναι παράλληλη προς την ευθεία $\varepsilon: \psi = \chi - 1$ (13

μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο : Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A(2, 1)$ και δυο ύψη του έχουν εξισώσεις

$$3\chi + \psi - 11 = 0 \text{ και } \chi - \psi + 3 = 0 \text{ .Να βρείτε}$$

α) Το ορθόκεντρο H του τριγώνου (5

μονάδες)

β) Τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$ και τις κορυφές B, Γ (12

μονάδες)

γ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ (8

μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο : Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ $|\vec{\gamma}| = 2$ και $\vec{\alpha} = 3\vec{\beta} + \vec{\gamma}$

α) Να βρείτε την γωνία $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \right)$ (

9μονάδες)

β) Να δείξετε ότι $2\vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ (8
μονάδες)

γ) Αν $\vec{\delta} = p\vec{\alpha} + \vec{\beta}$, $p \in \mathbb{R}$ να βρείτε την τιμή του p για την οποία το $|\vec{\delta}|$ γίνεται
ελάχιστο (8
μονάδες)

