

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2005**  
**ΤΑΞΗ Β΄**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  ακέραιοι αριθμοί με  $\alpha, \beta \neq 0$ . Να δείξετε ότι:

**α)** Αν  $\alpha / \beta$  και  $\beta / \gamma$  τότε  $\alpha / \gamma$ . **Μονάδες 6**

**β)** Αν  $\alpha / \beta$  και  $\alpha / \gamma$  τότε  $\alpha / (\beta + \gamma)$ . **Μονάδες 6**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α)** Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  δύο διανύσματα του επιπέδου τότε

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 y_1 + x_2 y_2.$$

**β)** Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα

$$\vec{\delta} = (B, -A).$$

**γ)** Η εκκεντρότητα της υπερβολής  $x^2 - y^2 = \alpha^2$  είναι  $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . **Μονάδες 6**

**Γ. α)** Τι ονομάζεται παραβολή με Εστία το σημείο E και διευθετούσα την ευθεία ( $\delta$ ). **Μονάδες 5**

**β)** Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $K(x_0, y_0)$  και ακτίνα  $\rho$ . **Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα σημεία  $A(3, 4)$ ,  $B(4, 6)$  και  $\Gamma(\mu, 2\mu)$ ,  $\mu \in \mathcal{R}$ .

**A.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας AB και το μήκος του τμήματος AB. **Μονάδες 9**

**B.** Να αποδείξετε ότι η απόσταση του  $\Gamma$  από την AB είναι σταθερή. **Μονάδες 9**

**Γ.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. **Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (2x - 1, -x - 1)$  και  $\vec{\beta} = (-x + 2, 2x + 5)$

**A.** Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες είναι  $\vec{\alpha} \perp (\vec{\alpha} + \vec{\beta})$ . **Μονάδες 10**

**B.** Για τη μεγαλύτερη από τις τιμές του x που βρήκατε στο ερώτημα A:

**α)** Να βρείτε το διάνυσμα  $\vec{u} = \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta}$ . **Μονάδες 9**

**β)** Να αναλύσετε το  $\vec{\beta}$  σε δύο κάθετες συνιστώσες από τις οποίες η μία να είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\alpha}$ . **Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα σημεία  $A(-1, -2)$ ,  $B(5, 1)$  και  $\Gamma(-3, 2)$ .

**A.** Να αποδείξετε ότι το σημείο  $M(x, y)$  για το οποίο ισχύει

$$\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{AG} = -7 + 8y - x^2 \text{ κινείται στην έλλειψη με εξίσωση } x^2 + \frac{y^2}{2} = 1 .$$

**Μονάδες 8**

**B.** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης που διέρχονται από το σημείο  $A$ . **Μονάδες 8**

**Γ.** Αν  $E, E'$  οι εστίες της έλλειψης να βρείτε :

**α)** την περίμετρο του τριγώνου  $MEE'$ .

**Μονάδες 4**

**β)** τις συντεταγμένες του σημείου  $M$  ώστε το τρίγωνο  $MEE'$  να έχει μέγιστο εμβαδόν.

**Μονάδες 5**

- *Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.*
- *Στη φωτοτυπία των θεμάτων θα γράψετε μόνο το όνομα σας και όλες τις παντήσεις των θεμάτων να τις γράψετε στην κόλλα σας.*
- ***ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 2 ΩΡΕΣ.***

*Καλή επιτυχία*