

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ-ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ  
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2005  
ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
ΤΑΞΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

- i. Ποια είναι η ισότητα της ευκλείδειας διαιρέσης του ακεραίου  $a$  με τον ακέραιο  $\beta \neq 0$  ;  
(5 μονάδες)
- ii. Έστω  $a, \beta$  ακέραιοι αριθμοί αν ισχύει  $a/\beta$  και  $\beta/a$  τότε να αποδείξετε ότι  $a=\beta$  ή  $a=-\beta$ .  
(10 μονάδες)
- iii. Να γράψετε την ευκλείδεια διαιρέση του  $a=30$  με τον  $\beta=4$  όπως και του  $\gamma=-30$  με τον  $\delta=4$  (10 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Αν για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  τα διανύσματα  $\vec{a} + \lambda \vec{\beta}$  και  $\lambda \vec{a} - \vec{\beta}$  είναι κάθετα μεταξύ τους και  $|\vec{a}| = 1$  να αποδείξετε ότι

- i.  $\vec{a} \perp \vec{\beta}$  (5 μονάδες)
- ii.  $|\vec{\beta}| = 1$  (10 μονάδες)
- iii.  $|3\vec{a} + 4\vec{\beta}| = 5$  (10 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $A(1,1)$  Η διάμεσος του  $BM$   $\varepsilon_1: \chi - \psi + 4 = 0$  και το ύψος του  $\Gamma\Delta$   $\varepsilon_2: 3\chi + \psi + 4 = 0$  Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου  
(25 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η παραβολή  $C: \psi^2 = 4\chi$  και  $M (a, \beta)$  μεταβλητό σημείο αυτής διαφορετικό του  $O (0, 0)$ . Από το σημείο  $A$  του άξονα  $\psi \psi'$  με τεταγμένη το  $\frac{1}{\beta}$  της τετμημένης του  $M$  φέρνουμε την κάθετη  $(\epsilon)$  στην  $OM$

- i. να αποδείξετε ότι η  $(\epsilon)$  διέρχεται πάντοτε από σταθερό σημείο  $K$

(20

μονάδες)

- ii. Τι είναι για την παραβολή το σημείο  $K$ ;

(5

μονάδες)