

Σχολικό Έτος : 2004 – 2005

Προαγωγικές Εξετάσεις Β! Τάξης

Μαθηματικά Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη (ε) του κύκλου $C : \chi^2 + \psi^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του

$$A(\chi_1, \psi_1) \text{ έχει εξίσωση } \chi \cdot \chi_1 + \psi \cdot \psi_1 = \rho^2$$

Μονάδες 7

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης I** του παρακάτω πίνακα και δίπλα σε κάθε ένα γράμμα τον αριθμό της **Στήλης II** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. (Στη δεύτερη στήλη περισσεύουν 4 περιπτώσεις)

	<p style="text-align: center;">Στήλη I Περιγραφές εξισώσεων γραμμών</p>	<p style="text-align: center;">Στήλη II Εξισώσεις γραμμών</p>
α.	Εξίσωση παραβολής με εστία $E\left(0, \frac{\rho}{2}\right)$.	1. $\frac{\chi_1\chi}{\alpha^2} + \frac{\psi_1\psi}{\beta^2} = 1$, $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$
β.	Εξίσωση έλλειψης με εστία $E'(0, \gamma)$, και εκκεντρότητα $\frac{\gamma}{\alpha}$.	2. $\frac{\chi_1\chi}{\beta^2} + \frac{\psi_1\psi}{\alpha^2} = 1$, $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$ 3. $\frac{\chi^2}{\beta^2} - \frac{\psi^2}{\alpha^2} = 1$
γ.	Εξίσωση υπερβολής με εστία $E(\gamma, 0)$ και εκκεντρότητα $\frac{\gamma}{\alpha}$.	4. $\psi^2 = 2\rho\chi$ 5. $\frac{\chi^2}{\beta^2} + \frac{\psi^2}{\alpha^2} = 1$
δ.	Εξίσωση εφαπτομένης σε έλλειψη με εστία $E'(\gamma, 0)$ και εκκεντρότητα $\frac{\gamma}{\alpha}$.	6. $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ 7. $\frac{\chi^2}{\alpha^2} - \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ 8. $\chi^2 = 2\rho\psi$.

Μονάδες 8

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης (1, 2, 3, 4, 5) και δίπλα το γράμμα **Σ** αν την θεωρείτε σωστή ή το γράμμα **Λ** αν την θεωρείτε λάθος.

1. Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο $A(x_0, \psi_0)$ έχουν εξίσωση της μορφής : $\psi - \psi_0 = \lambda(x - x_0)$ με $\lambda \in P$, δηλαδή η εξίσωση αυτή παριστάνει όλες τις ευθείες που περνάνε από το $A(x_0, \psi_0)$.
2. Αν ο α διαιρεί τον β τότε και αντίθετος του α , ο $(-\alpha)$, θα διαιρεί επίσης τον β .
Δηλαδή θα ισχύει η συνεπαγωγή : α / β τότε $(-\alpha) / \beta$.
3. Η εξίσωση $x^2 + \psi^2 + Ax + B\psi + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο όταν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$.
4. Όλα τα μοναδιαία διανύσματα είναι ίσα μεταξύ τους.
5. Η υπερβολή $\frac{x^2}{16} - \frac{\psi^2}{25} = 1$ έχει τις εστίες της στον άξονα ψ, ψ

Μονάδες 10

Θέμα 2°

Δίνονται οι ακέραιοι $\alpha = 4\kappa + 3$, με $\kappa \in Z$, $\beta =$ περιττός και $\gamma =$ άρτιος.

Να δείξετε ότι :

- α. Ο αριθμός : α^2 είναι περιττός.
- β. Ο αριθμός : $\beta^2 + \gamma^2 - 2005 =$ πολ 4.

Μονάδες 12

Μονάδες 13

Θέμα 3°

Δίνονται τα σημεία $A(2, 1)$, $B(6, 4)$ και $\Gamma\left(\frac{9}{2}, 6\right)$.

- α. Να δειχθεί ότι η γωνία $AB\Gamma$ είναι ορθή.
Μονάδες 7
- β. Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Δ του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
Μονάδες 9
- γ. Να γράψετε την εξίσωση του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο $AB\Gamma$, αφού πρώτα βρείτε το κέντρο του και την ακτίνα του.
Μονάδες 9

Θέμα 4°

Δυο μυρμήγκια βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή t στα σημεία $A(t, t+4)$ και $B(4t+1, -2-3t)$ Ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων ($t \geq 0$).

- α. Να βρεθούν οι εξισώσεις των γραμμών πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο μυρμήγκια.
- β. Να βρεθεί η απόσταση των μυρμηγκιών τη χρονική στιγμή $t = 2$.
- γ. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t , κατά την οποία η απόσταση του μυρμηγκιού που βρίσκεται

στη θέση Α από την ευθεία $3\chi + 4\psi = -5$, ισούται με 7

