

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Θέμα 1^ο:

A) Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, $\theta_1 > 0$, $\theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι ισχύει $\log_a \theta_1 \theta_2 = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$. (12,5M)

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ):

i) Για οποιουδήποτε θετικούς αριθμούς θ_1 , θ_2 και $a > 0$ με $a \neq 1$, ισχύει: (12,5M)

$$\ln \frac{\theta}{\theta} = \frac{\ln \theta}{\ln \theta}. \quad \Sigma \square \quad \Lambda \square$$

ii) Η συνάρτηση $f(x) = e^x$ είναι φθίνουσα στο \mathbb{R} . $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

iii) Για x_1, x_2 θετικούς ισχύει: $\ln x_1 = \ln x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

iv) Ισχύει $\ln e = 0$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

v) Ισχύει $10^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$, για $\theta > 0$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

Θέμα 2^ο:

Έστω ότι για τη γωνία α ισχύει $\sin 2\alpha + 5\eta\mu\alpha - 3 = 0$, με $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

A) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\alpha = \frac{1}{2}$. (8M)

B) Να υπολογίσετε το $\sin 2\alpha$. (8M)

Γ) Να λύσετε ως προς x την εξίσωση $2\sin(x+\alpha) = 2\sin 2\alpha - 1$ στο διάστημα $[\pi, \frac{3\pi}{2})$. (9M)

Θέμα 3^ο:

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$, όπου a και β πραγματικοί αριθμοί.

A) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 1$ είναι ίσο με 2, τότε να αποδείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = 4$. (8M)

B) Για τις τιμές $a = 2$ και $\beta = 4$, να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x + 1$. (8M)

Γ) Για τις ίδιες τιμές των a , β να λύσετε την ανίσωση: $P(x) > 0$. (9M)

Θέμα 4^ο:

Οι αριθμοί $a_1 = 3x$, $a_2 = 4x - 3$ και $a_3 = 24 - x$, αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μιας Αριθμητικής Προόδου (Α.Π.).

Α) Να δείξετε ότι $x = 5$. (6Μ)

Β) Να βρείτε τον πρώτο όρο a_1 και τη διαφορά ω της παραπάνω Α.Π. (6Μ)

Γ) Να υπολογίσετε τον εικοστό πρώτο a_{21} της παραπάνω Α.Π. (6Μ)

Δ) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $S = a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots + a_{21}$, (7Μ)

όπου $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{21}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους της παραπάνω Α.Π.

Καλή επιτυχία