

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

1. Να αποδείξετε ότι ο ν-οστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω είναι $a_n = a_1 + (n-1)\omega$

(Μονάδες 15)

2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

A. Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου είναι :

$$\alpha. S_n = a_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda^n - 1} \quad \beta. S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1} \quad \gamma. S_n = a_1 \frac{1 - \lambda^n}{\lambda - 1}$$

B. Ο τύπος που εκφράζει την εφαπτομένη της γωνίας 2α είναι :

$$\alpha. \varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1 - \varepsilon\varphi^2\alpha} \quad \beta. \varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha} \quad \gamma. \varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{\varepsilon\varphi\alpha}{1 - \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

Γ. Αν $\log_a \theta = x$ τότε :

$$\alpha. a^\theta = x \quad \beta. x^a = \theta \quad \gamma. a^x = \theta$$

Δ. Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε :

$$\alpha. 2\alpha = \beta + \gamma \quad \beta. 2\beta = \alpha^2 + \gamma^2 \quad \gamma. \beta^2 = \alpha \cdot \gamma$$

Ε. Αν $1 \neq a > 0$ και $x \in \mathbf{R}$ τότε η συνάρτηση $f(x) = a^x$ έχει σύνολο τιμών :

$$\alpha. (0, +\infty) \quad \beta. (-\infty, +\infty) \quad \gamma. [0, +\infty)$$

(Μονάδες 10)

Θέμα 2

Για κάθε πραγματικό αριθμό x να αποδείξετε ότι :

$$\sin x (\eta\mu 2x + 4\eta\mu x) = (\sin 2x + 4\sin x + 1)\eta\mu x$$

(Μονάδες 25)

Θέμα 3

Ο τρίτος όρος μιας αριθμητικής προόδου (a_n) είναι ίσος με $a_3 = \log 125$ και η διαφορά της είναι ίση με $\omega = \log 5$

α) Να δείξετε ότι ο πρώτος όρος a_1 της προόδου είναι ίσος με τη διαφορά ω .

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $A = a_{21} + a_{22} + \dots + a_{29}$

(Μονάδες 15)

Θέμα 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$ και $g(x) = \ln 3 + \ln(e^x - 1)$

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των $f(x)$ και $g(x)$.

(Μονάδες 15)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$

(Μονάδες 10)