2004-2005

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

Α.Να αποδείξετε ότι : $\varepsilon\varphi(\alpha+\beta)=\dfrac{\varepsilon\varphi\alpha+\varepsilon\varphi\beta}{1-\varepsilon\varphi\alpha\cdot\varepsilon\varphi\beta}$, με συνα, συνβ, $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)\neq 0$

(Μονάδες 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας δίπλα από κάθε αριθμό την έκφραση Σωστό ή Λάθος

α) η συνάρτηση $f(x)=2\cdot\eta\mu\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)$ έχει μέγιστο το 2

β) η εξίσωση $x^4+5x^2+6=0$ έχει ρίζα θετικό ακέραιο αριθμό

γ) αν α,β,γ,είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε α+β=β+γ

δ) η συνάρτηση $f(x)=10^{-x}$ είναι γνησίως αύξουσα

ε) για κάθε $0<\alpha\neq 1$ ισχύει $\log_\alpha \alpha=1$ (Μονάδες 10)

Θέμα 2

Σε μια γεωμετρική πρόοδο (α_ν) με $\alpha_1=\log\alpha$ και λόγο $\lambda=\log\beta$ όπου α,β>1 δίνονται οι όροι $\alpha_3=12$ και $\alpha_7=192$

α) να βρείτε τους α,β (Μονάδες 15)

β) να αποδείξετε ότι η $\beta_\nu=\log\alpha_\nu$ είναι αριθμητική πρόοδος (Μονάδες 10)

Θέμα 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\left[(\kappa+1)x^3+2x^2+\lambda x+\mu-2\right]+\left[3x^3+\nu x^2+6x+1\right]$

Να βρείτε τα κ,λ,μ,ν $\in\mathbb{R}$ για να έχει βαθμό :

α) 3 , β) 1 , γ) 0 , δ) το P(x) να είναι μηδενικό πολυώνυμο

(Μονάδες 25)

Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση f με f(x)=log(x-2) – 2

α) να βρεθεί το πεδίο ορισμού της (Μονάδες 5)

β) να βρεθούν τα σημεία (αν υπάρχουν) στα οποία η γραφική της παράσταση τέμνει τους άξονες x΄x και ψ΄ψ (Μονάδες 10)

γ) Αν το σημείο Α(κ,-1) ανήκει στη γραφική παράσταση της f να βρεθεί ο $\kappa\in\mathbb{R}$ (Μονάδες 10)