

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

1. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\alpha$ (μονάδες 10)
2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος)
 - α) $\sigma\upsilon\eta 2\alpha = \eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\eta^2\alpha$
 - β) το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$. Είναι δηλαδή $u=P(\rho)$.
 - γ) το άθροισμα των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (a_n) με διαφορά ω είναι $S_n = \frac{n}{2} [a_1 + (n-1)\omega]$
 - δ) η συνάρτηση $f(x)=a^x, a>1$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και είναι γνησίως αύξουσα
 - ε) Αν $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $0 < a \neq 1$ ισχύει $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$ (μονάδες 15)

Θέμα 2

- Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2x^2 + 7x + 6$
- Α. να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$ (μονάδες 10)
 - Β. να κάνετε την διαίρεση $P(x) : (x^2 - x + 3)$ και να γράψετε τη ταυτότητα της διαίρεσης (μονάδες 15)

Θέμα 3

- Ο πρώτος όρος μιας αριθμητικής προόδου (a_n) είναι ίσος με $a_1 = \log 2$ και ο δεύτερος όρος με $a_2 = \log 8$. Να δείξετε ότι :
- α) $\omega = 2 \log 2$ όπου ω η διαφορά της προόδου (μονάδες 10)
 - β) $S_n = n^2 \log 2$, όπου S_n το άθροισμα των n πρώτων όρων της (μονάδες 15)

Θέμα 4

- Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους $f(x) = \ln(2^{x+1} + 3^x + 2^x)$, $g(x) = \frac{x+1}{2} \ln 9$
- α) να βρείτε τα πεδία ορισμού των f, g . (μονάδες 10)
 - β) να λυθεί η ανίσωση $f(x) > g(x)$ (μονάδες 15)