

Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^{ΟΝ}

Α) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολωνύμου για $x=\rho$. Δηλαδή $v=P(\rho)$ (13M)

Β) Να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προτάσεις σαν σωστό ή λάθος

1) Αν $\alpha > 0, \beta > 0$ $\log(\alpha \cdot \beta) = \log \alpha \cdot \log \beta$ (2M)

2) Το άθροισμα των n πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο

$$\alpha_1 \neq 0 \text{ και λόγο } \lambda \neq 1 \text{ είναι } \Sigma_n = \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1} \quad (2M)$$

3) Οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν $2\beta = \alpha + \gamma$ (2M)

Γ) Να συμπληρώσετε τους τύπους

1) $\exp(\alpha + \beta) =$ (2M)

2) $\sin(\alpha + \beta) =$ (2M)

3) $\exp 2\alpha =$ (2M)

ΘΕΜΑ 2^{ΟΝ}

Α) Να αποδείξετε ότι $\frac{1 - \sin 2\alpha + \eta\mu 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \eta\mu 2\alpha} = \epsilon\phi\alpha$ για όλες τις τιμές του α που

ορίζετε η ισότητα. (13 M)

Β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 15° (12M)

ΘΕΜΑ 3^{ΟΝ}

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 + 7x - \beta$, α, β πραγματικοί αριθμοί.

1) Να δείξετε ότι $\alpha = -5$ και $\beta = 3$ αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζες $x_1 = 1$ και $x_2 = 3$ (9M)

2) Να βρείτε τα διαστήματα που η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα των x (8M)

3) Να βρείτε τον a_{20} της αριθμητικής προόδου με $a_1 = x_1$ και $\omega = x_2$. (8M)

ΘΕΜΑ 4^{ΟΝ}

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1) + \ln(e^x - 2)$

1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης (8M)

2) Να αποδείξετε ότι $f(\ln 3) + f(\ln 4) - \ln 4 = \ln 3$ (8M)

3) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \ln 2$ (9M)

Παρατήρηση : Το δεύτερο θέμα είναι δυο διαφορετικές ασκήσεις. Κάτι τέτοιο δεν προβλέπεται.