2004-2005

ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα 1

Α. Αν $0 < \alpha \neq 1$ και θ_1, θ_2 θετικοί πραγματικοί αριθμοί να αποδείξετε ότι:

$\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$ (Μονάδες 10)

Β. Πότε μια ακολουθία α_ν λέγεται γεωμετρική πρόοδος; (Μονάδες 7)

Γ. 1) το $\sigma\upsilon\nu^2\alpha$ είναι ίσο με : α. $\frac{\sigma\upsilon\nu 2\alpha - 1}{2}$ β. $\frac{1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$ γ. $1+\sigma\upsilon\nu 2\alpha$

2) Αν $\ln\theta = \chi$ τότε : α. $e^\theta = \chi$ β. $\chi^e = \theta$ γ. $e^\chi = \theta$

3) Το πολυώνυμο $\rho(\chi) = \alpha_\nu \chi^\nu + \alpha_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \ldots + \alpha_o$ έχει μια ρίζα το 0.Τότε για το α_o ισχύει

α. $\alpha_o > 0$ β. $\alpha_o < 0$ γ. $\alpha_o = 0$

4) Αν S_ν συμβολίζει το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου α_ν με λόγο $\lambda \neq 1$ και πρώτο όρο α_1 τότε είναι :

α. $S_\nu = \alpha_1 \frac{\lambda^\nu - 1}{1-\lambda}$ β. $S_\nu = \alpha_1 \frac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$ γ. $S_\nu = \alpha_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda^\nu - 1}$

Να γράψετε στη κόλλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα

(Μονάδες 8)

Θέμα 2

Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο $\alpha_\nu = -5+3\nu$ $\nu \in \mathbb{N}^*$ με πρώτο όρο α_1

α) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία α_ν είναι αριθμητική πρόοδος και να γράψετε τον πρώτο όρο της α_1 και τη διαφορά της ω. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε το άθροισμα $S = \alpha_{15}+\alpha_{16}+\ldots+\alpha_{23}$ όπου $\alpha_{15}, \alpha_{16}, \ldots \alpha_{23}$ διαδοχικοί όροι της προόδου α_ν. (Μονάδες 13)

Θέμα 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(\chi) = \chi^4 - \sigma\upsilon\nu\alpha\chi^3 + \sigma\upsilon\nu\alpha\chi^2 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha\chi + \sigma\upsilon\nu^3\alpha - \sigma\upsilon\nu\alpha$ $\alpha \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $\chi - \sigma\upsilon\nu\alpha$ είναι παράγοντας του $P(\chi)$ (Μονάδες 12)

β) για α=0 να λύσετε την εξίσωση $P(\chi) = 0$

(Μονάδες 13)

Θέμα 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^x - 1)$ και $g(x) = \ln(e^{x^2} - 1)$

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των $f(x)$ και $g(x)$. (Μονάδες 8)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$ (Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > g(x)$ (Μονάδες 9)