

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑΤΑ

ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2005

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$ για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να δείξετε ότι:

$$\log_a(\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$$

Μονάδες 14

B. Να δοθεί ο ορισμός της γεωμετρικής προόδου

Μονάδες 3.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

α). $\sin 2\alpha = 2\eta\mu^2\alpha - 1$

Σ Λ

β). Το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) με λόγο

$$\lambda \neq 1 \text{ είναι: } S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

Σ Λ

γ). Αν οι αριθμοί a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε $2\beta = a + \gamma$

Σ Λ

δ). Αν τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ έχουν βαθμούς μ και ν τότε το πολυώνυμο $P(x)Q(x)$ έχει βαθμό $\mu\nu$

Σ Λ

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2^ο

Εστω η αριθμητική πρόοδος $-39, -36, -33, \dots$

α). Να βρείτε τον 15^ο όρο της

Μονάδες 10

β). Να βρείτε το πλήθος των πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου που πρέπει να πάρουμε ώστε να έχουν άθροισμα μηδέν

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 - \sin x - \eta\mu x \eta\mu \frac{x}{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι: $f(x) = 2\eta\mu^2 \frac{x}{2} (1 - \sin \frac{x}{2})$

Μονάδες 12

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln | \ln(x-2) |$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$.

Μονάδες 10

β) Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της $f(x)$ με τον άξονα $X'x$.

Μονάδες 15

Παρατήρηση: ίσως έπρεπε να υπήρχε και κάποιο επιπλέον ερώτημα από τα πολυώνυμα.